

**Harang hangjának digitális szintézise**  
**Önállólabor beszámoló**

Készítette: Rancz Lajos  
Konzulens: dr. Sujbert László, MIT

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>4</b>
<b>2. Alapvető szintézistechnikák</b>	<b>6</b>
2.1. Additív szintézis . . . . .	6
2.2. FM szintézis . . . . .	8
2.3. Mintavételezéses szintézis . . . . .	9
2.4. Összefoglalás . . . . .	11
<b>3. Fizikai szintézisek</b>	<b>12</b>
3.1. A fizikai szintézisekről . . . . .	12
3.1.1. Általános alapelvek . . . . .	12
3.1.2. A hangszermodell . . . . .	13
3.2. A modális szintézis . . . . .	14
3.2.1. A szintézis alapelve . . . . .	14
3.2.2. A szintézis használhatósága . . . . .	18
3.3. A waveguide szintézis . . . . .	18
3.3.1. A szintézis alapelve . . . . .	18
3.3.2. A szintézis használhatósága . . . . .	20
3.4. Összefoglalás . . . . .	21
<b>4. A harang</b>	<b>22</b>
4.1. A harang története . . . . .	22
4.1.1. Harang kutatások . . . . .	23
4.2. A harang fizikai leírása . . . . .	23
4.2.1. Rezgési módusok és Chladni-törvénye . . . . .	25
4.2.2. Hangolás . . . . .	27
4.2.3. Lebegés . . . . .	29
4.2.4. Ütők . . . . .	29
4.2.5. Méretezés . . . . .	29
4.3. Mérések . . . . .	30

<b>5. Haranghang szintézis</b>	<b>34</b>
5.1. Melyik szintézismódszert használjuk? . . . . .	35
5.2. A harang hangszermodellje . . . . .	36
5.3. Harangmodell . . . . .	36
5.3.1. Módusok száma . . . . .	37
5.3.2. Paraméterek meghatározása . . . . .	38
5.3.3. Az elkészült modell . . . . .	39
5.4. Ütőmodell . . . . .	40
5.4.1. Jelmodell alapú ütő . . . . .	40
5.4.2. Fizikai modell alapú ütő . . . . .	42
5.5. Dinamikai modell . . . . .	45
5.6. Összefoglalás . . . . .	48
<b>6. Összefoglalás</b>	<b>49</b>
<b>A. Mérések</b>	<b>52</b>
A.1. A mérés jellemzői . . . . .	52
A.2. Felhasznált eszközök . . . . .	52
A.3. A mérési körülmények . . . . .	52

# 1. fejezet

## Bevezetés

A bonyolult gyártástechnológia, a kis darabszám és a drága alapanyagok miatt a harangok előállításának költsége magas. Az öntési technológiából következően a hangjuk pontatlan, és a méretek miatt nehézkes – szinte lehetetlen – az utólagos korrekció.

A digitális technika elmúlt évtizedbeli fejlődése lehetővé tette, hogy a harang hangját elektronikusan állítsuk elő a korábbi ár töredékéért. A szakirodalomban több lehetőséget is találunk arra, hogy egy zenei hangot szintetizáljunk, azonban a harang esetében a választás nem egyértelmű.

A TDK dolgozat célja egy olyan haranghang szintetizátor kifejlesztése mely az alábbi jellemzőkkel bír:

- a harang hangja és az ütés minősége könnyen paraméterezhető
- könnyű új harangokat analizálni, szintetizálni
- az algoritmus jelfeldolgozó processzoron implementálható

Több cégtől is vásárolhatunk haranghang szintetizátorokat – sőt, ingyenesen használható szoftvert is találunk –, ezek az eszközök azonban nem teljesítik a fenti kívánalmakat, mivel vagy egyszerű lejátszók [18] [19], vagy viszonylag egyszerű modellt citehibberts használnak. Szintén beszerezhetők nem haranghang specifikus (általános) szintetizátorok [21], melyek általában PCM szintézist alkalmaznak, és nem kezelik a haranghang jellegéből adódó finomságokat.

A TDK dolgozatban arra keresek választ, hogy milyen megoldásokkal lehet ezeket az igényeket kielégíteni, felmérem a jelenlegi megoldásokat. A dolgozat első felében azokat a már bevált, klasszikus szintézistechnikákat tekintem át, melyek alkalmasak lehetnek haranghang szintézisre. A második fejezetben a fizikai szintézisek alapelveit vizsgálom, és részletezek két szintézis technikát (a modális

szintézist és a waveguide-ot). A harmadik fejezetben áttekintem az alapvető mechanikai tudnivalókat, összefoglalom a szakirodalom alapján harangra vonatkozó fizikai ismereteket, különös tekintettel a hangban lévő komponensek tulajdonságai elemzésének köréből. Részletezem a móduselemzés harangokra vonatkozó fejezteit. A negyedik részben a haranghang szintézissel fogok foglalkozni. Ismertetem az általam választott szintézistechnikát. Javaslatot teszek egy speciális szintézisre, mellyel elfogadható minőségű haranghangot lehet szintetizálni.

A TDK dolgozatom témáját az adta, hogy családi vállalkozásunk már több éve foglalkozik harangokkal, régi toronyórák restaurálásával.

## 2. fejezet

# Alapvető szintézistechnikák

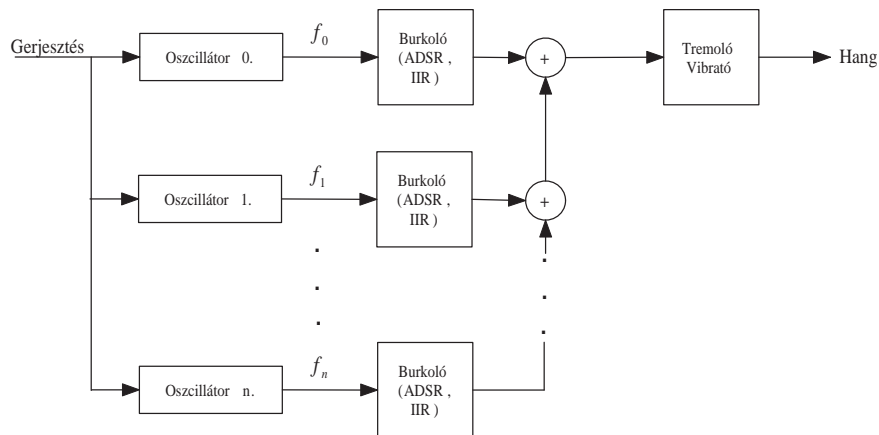
A hangszintézis megvalósítása régi vágya az embereknek. Kempelen Farkas már a XVIII. században próbálkozott mechanikus úton emberi beszéd szintézisével, a nagyszámú kísérletezés kora azonban a XX. századdal jött el, ekkor ugyanis az elektronika fejlődésével lehetővé vált addig soha nem hallott hangok előállítása. A század elején nagyrészt elektromechanikus úton próbáltak hangot előállítani, majd az elektroncső – és legfőképpen a század közepétől a tranzisztor és az integrált áramkörök – feltalálása után tisztán elektronikus úton.

### 2.1. Additív szintézis

Az additív szintézis a legegyszerűbb technikák közé tartozik, könnyen megvalósítható, a megoldás stabil, viszonylag kis számítási igényű módszer.

#### A szintézis alapelve

Az additív (vagy Fourier) szintézis alapelve, hogy minden periodikus jel Fourier-sorba fejthető, tehát felírható egy  $f_0$  frekvencia és felharmonikusainak megfelelő frekvenciájú, különböző amplitúdójú szinuszok összegeként. Mivel a természetben előforduló hangok általában nem periodikusak, ezért szükséges az egyszerű additív szintézis kiegészítése, amit a burkológörbe használatával érhetünk el, tehát meghatározzuk a komponensek változását az idő függvényében. Ekkor a hangot több időbeni fázisra bontjuk, és meghatározhatjuk az egyes fázisok paramétereit (hossz, amplitúdó). A legáltalánosabban elterjedt ilyen módszereknél a szakaszok lineárisak és négy elkülönített szakaszból állnak, ez az ADSR (Attack – felfutás, Decay – visszaesés, Sustain – kitartás, Release – lecsengés). A módszer továbbfe-



2.1. ábra. Additív szintézis modellje

jsztése a DAHDSR (Delay – késleltetés, Attack – felfutás, Hold – kitartás, Decay – visszaesés, Sustain – kitartás, Release – lecsengés). A burkológörbét alkalmazhatjuk a teljes jelre vagy csak az egyes komponensekre.

Az ADSR szintézis már viszonylag jó minőségű hangot ad, de szükségünk lehet az amplitúdó lefutás pontosabb követésére. Ilyen eljárást [8]-ban találhatunk, ahol az egyes komponensek időbeni lefutásának meghatározása után a burkológörbékre egy 3-ad fokú IIR szűrőt terveznek. A hang szintetizálásakor a szinuszok burkológörbéit ezek a szűrők generálják.

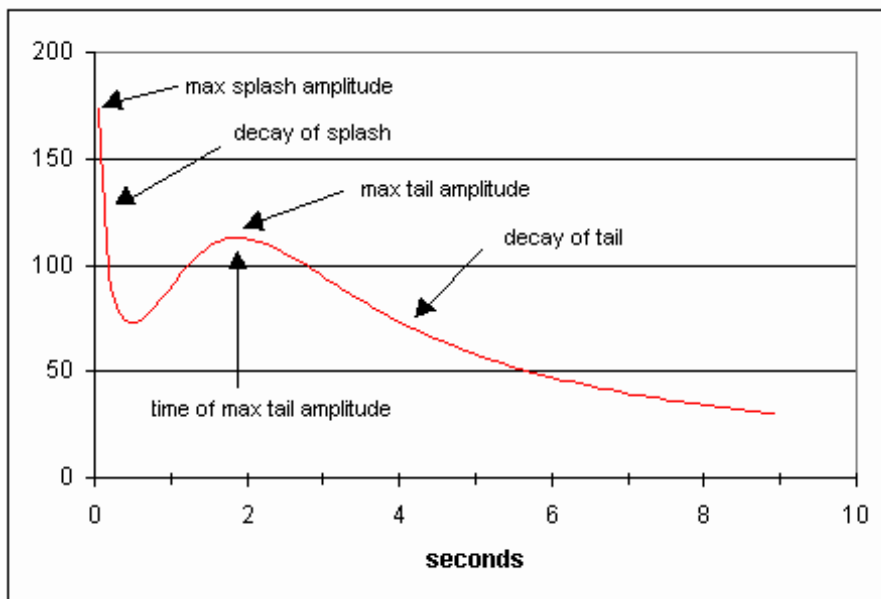
A hangzás jobbá tételére a burkológörbe generátorból kijövő jelre alkalmazhatunk amplitúdó- és frekvenciamodulációt is (ezzel tremoló- illetve vibrátószerű hangzást állítható elő).

A 2.1 ábrán egy általános additív szintézis modellt láthatunk. Ez a modell még finomítható, például az egyes oszcillátorok kaphatnak más-más gerjesztést, valamint az effekteket (tremoló, vibrató) az egyes komponensekre is külön-külön megvalósíthatjuk.

### A szintézis használhatósága

Az additív szintézis előnye, hogy könnyen megvalósítható, stabil működésű, viszonylag kis számítási igényű módszer. Számottevő hátrányai közé tartozik, hogy nem egyértelmű az összefüggés a fizikailag befolyásolható jellemzők (pl. ütés erőssége, ütő anyagtulajdonságai) és a kiváltott hang között.

Haranghang előállításra találunk példát additív szintézissel [20]. Hibberts módszere némileg eltér a szokásos technikáktól. Először meghatározza a fő frekvenciakomponenseket, majd azok amplitúdómaximumait, lecsengési idejüket és



2.2. ábra. A Hibberts által használt burkológörbék

egyéb paramétereket. A paraméterek számítása után egy-egy polinomot illeszt a kapott értékekre (lásd 2.2. ábra), melyek a frekvenciáknak megfelelő szinuszok burkológörbéi lesznek (ebben a [8]-ben leírt IIR-t használó módszerhez hasonló). Az élethűbb hangzás érdekében az így kapott jeleket amplitúdómodulálja a „lebegés” érzet elérése érdekében. A szintézis a burkológörbe időtartománybeli megadása miatt nem kezeli a megütéskori tranzienseket (gyakorlatilag egy ciklussal számolja ki a burkoló értékeit  $\Delta t$  időközönként), így a hangnak csak a lecsengése élethű, a valódi harang megütésekor hallható fémes, magas hangot ez a technika nem képes reprodukálni.

A módszer által szolgáltatott hang minősége jó, itt is meg kell említenem azonban azt, hogy ebben a formában ez a szintézis nem alkalmas arra, hogy a harang hangját a fizikai jellemzők útján módosítsa, egyedül egy konkrét hang reprodukciójára képes.

## 2.2. FM szintézis

A szintézist az 1970-es években dolgozták ki a Stanford University-n, John Chowing vezetésével [4]. Az additív szintézissel szembeni előnye, hogy egy lépésben több felharmonikust tud generálni – emiatt kisebb a számítási igénye – ezért



a korai számítógépes szintézisekben előszeretettel alkalmazták.

### A szintézis alapelve

A szintézis alapelve a *frekvenciamoduláció*. Ezen moduláció során a vivőfrekvencia oldalsávjain megjelennek a moduláló frekvencia többszörösei. A frekvenciamoduláció a következőképpen írható fel, ha  $f_c$  az  $A$  amplitúdójú vivőfrekvencia,  $f_m$  a moduláló frekvencia:

$$y = A\pi\sin(2\pi f_c + I \sin 2\pi f_m t) \quad (2.1)$$

ahol  $I = \frac{\Delta f}{f_m}$  a modulációs index. A modulált jel spektrumában megjelenik a vivőfrekvencia, valamint az oldalsávjain az  $f_c \pm n\Delta f$  frekvenciák. A különböző frekvenciák amplitúdói az  $I$  modulációs indextől függenek (nagyobb  $I$  értékekre a vivő energiája csökken, a többi frekvenciáé nő). Annak érdekében, hogy a szintézis ne csak az állandósult állapotot jellemezhető hangszerek hangját tudja előállítani, az  $A$  amplitúdónak és/vagy a  $I$  modulációs indexnek időfüggőnek kell lennie. A  $A$  lecsengésével a hang amplitúdója lesz lecsengő, míg  $I$  változásával a jel időbeni felharmonikus tartalma módosul. Ennek alapján a 2.1 képlet az alábbiak szerint módosul:

$$y = A(t)\pi\sin(2\pi f_c + I(t) \sin 2\pi f_m t) \quad (2.2)$$

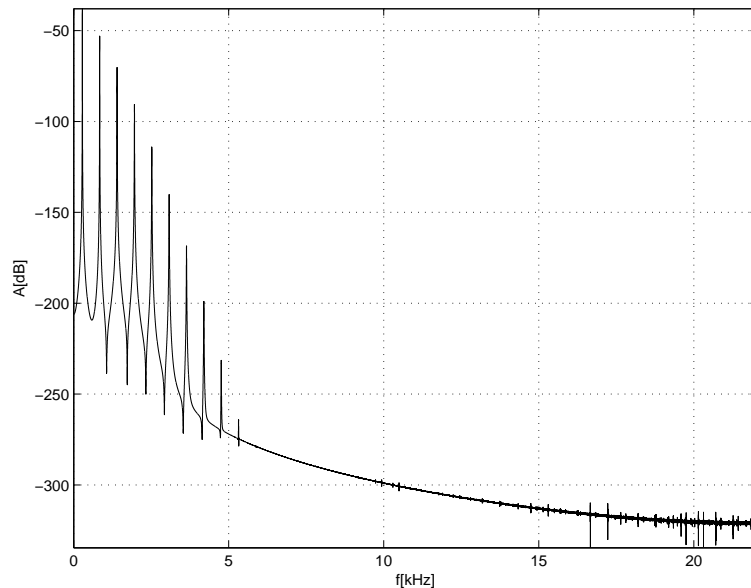
### A szintézis használhatósága

Az FM szintézist gyakran használják harangszerű hang előállítására, a régebbi hangkártyák is ezen az elven valósították meg a MIDI „Glockenspiel” hangszert. Az  $A$  változóval állíthatjuk be a vivő lecsengésének idejét, míg az  $I$  modulációs index paraméterrel lehet a felharmonikusok lecsengésének gyorsaságát beállítani.

Például az  $A = e^{-\frac{t}{0.5}}$ ,  $I = 6A$ ,  $f_c = 100$ , és  $f_m = 280$  beállításokkal egy kb. 5 másodperc alatt lecsengő hangot kapunk, mely haranghangra emlékeztet. A 2.3 ábrán jól látható – ez az FM szintézis alaptulajdonsága –, hogy a frekvencia-komponensek *egyenlő* távolságra vannak egymástól, ami – mint azt a 4.2.5 fejezetben látni fogjuk – nem igaz a harang hangjára, ezért az alap FM szintézis nem alkalmas élethű haranghang előállítására.

## 2.3. Mintavételezéses szintézis

Az 1980-as évektől kezdve az olcsó, nagy kapacitású digitális tároló elemek megjelenésével lehetővé vált, hogy a hangszerek hangját jó minőségben digitálisan tároljuk és visszajátsszuk.



2.3. ábra. Az FM szintézissel kapott hang spektruma

### A szintézis alapelve

Ha élethű hangot szeretnénk lejátszani, akkor felmerül az ötlet, hogy a hangszer hangját digitálisan rögzítve majd visszajátszva nagyon jó minőséget érhetünk el. A módszer fő problémája, hogy minden hangmagassághoz és hangerő leütési szinthez külön-külön kell eltárolni a hangminta sorozatokat, ami sok memóriát igényel. Ez a probléma azonban eltűnni látszik, ha végigkövetjük az alábbi számítást: Számoljunk  $f_s = 44100$  Hz mintavételi frekvenciával, 16 bites mintevétellel, legyen 6 oktávnyi hangterjedelmünk ( $6 \times 12 = 72$  hang), kezeljünk 32 leütési-erőszintet, és végül a jó hangminőség miatt legyen a felvétel sztereo. Ekkor a kívánt adattárolási mennyiség:  $m = 44100 \times 2 \times 2 \times 72 \times 32 = 406425600$  byte  $\approx 387.6$  Mbyte/sec. Ez a mennyiség viszonylag soknak tűnik, főleg, ha belegondolunk, hogy egy hangszer megütésekor hangja akár több másodpercig is tarthat, amivel lineárisan növekszik a felhasznált memóriaigény. Másrésztől azonban, a mai – amúgy sem túlságosan drága – RAM és háttértároló árak lehetővé teszik, hogy ekkora mennyiségű adatot is kényelmesen, nagy sebességgel kezeljünk elfogadható költségek mellett.

A 80-as években – amikor a mintavételes szintézist tömegesen alkalmazni kezdték – még nem volt megoldott ekkora mennyiségű memória kezelése, ezért két tömörítési eljárást használtak. Az első módszer szerint egy állandósult állapottal rendelkező hang periodikus, így elég eltárolni a megütési tranzienst és egy-

két periódust, amit a tranziens után folyamatosan ismételni kell (Sustain loop), ez a módszer a hullámtáblás szintézis. A másik eljárás azt használja ki, hogy a különböző hangmagasságoknak csak frekvencia-tartománybeli különbségeik vannak (tehát a lefutások ugyanazok, csak a frekvenciák mások), ezért ugyanazon minta más tartományba való konvertálásával egy mintából több hangmagasságú hangot is elő tudunk állítani. Azt a szintézist, ahol mindkét tömörítési módszert alkalmazzák PCM szintézisnek nevezzük. A második eljárás nem fedti pontosan a valóságot, mivel a különböző magasságú hangoknak más (lehet) a felharmonikus tartalma, amit ez a szintézis technika nem kezel.

A mai modernebb szintetizátorokban lehetőséget találunk arra is, hogy a hang játék közbeni paraméterei változzanak, amit *szűrőkkel* valósítanak meg. A még élethűbb hang előállítására ezek a szintetizátorok használhatnak modulációt, paraméterezhető (pl. ütés erősséggel) burkológörbe generátort, valamint a különböző megütésekhez eleve több hangmintát tárolnak el.

### **A szintézis használhatósága**

A mintavételezéses szintézisre több példát is találunk a jelenleg kapható haranghang szintetizátorok között [18] [19]. Ezekben a megoldásokban közös, hogy nem paraméterezik a megütést, minden haranghoz egy, legfeljebb két megütési mintasor van eltárolva (első megütés, ismételt megütés), ezért a szintézis egyszerűen a felvett minták lejátszásából és összegzéséből áll (mivel a polifonikus hangzás alapkövetelmény).

## **2.4. Összefoglalás**

A haranghang jól jellemezhető különböző frekvenciák összegeként, azonban az egyszerű additív szintézis nem megfelelő, mivel ezzel a módszerrel nem tudjuk a hang megszólalási paramétereit változtatni. A szakirodalomban haranghang kapcsán sűrűn hivatkozott FM szintézis sem alkalmas céljainkra, mivel lényegében nem állítható generált frekvenciák nagysága (pontosabban csak az alaphang és a felharmonikusok távolsága állítható). A PCM szintézis szintén nem jöhet szóba, mivel a haranghangot nem jellemezhetjük állandósult állapottal.

## 3. fejezet

# Fizikai szintézisek

Az eddig említett szintézisek a hangszer hangjából indulnak ki, és azt próbálják reprodukálni a jelfeldolgozás általános eszközeivel (összcillátorok, csillapított rezonátorok, szűrők stb.). Ezen módszerek hátránya, hogy nehéz megfeleltetést találni egyes fizikai paraméterek (pl. ütés erőssége haragnál, levegőnyomás nagysága sípoknál), és ha találunk is, akkor a nemlinearitás miatt sok esetben nagyon bonyolult lesz a felírás (pl. különböző erősségű ütésre különböző burkológörbéket használunk).

### 3.1. A fizikai szintézisekről

#### 3.1.1. Általános alapelvek

A fizikai modellezés ezzel szemben a *hangszerből* indul ki, és a hang keletkezését próbálja leírni. Az alapvető elméleti háttér régóta rendelkezésünkre áll, hiszen a rezgő- és hullámmozgás alapjait már a 17., 18. században is ismerték. Nagyon egyszerű hangszerekre viszonylag könnyű modellt felállítani, azonban még így is problémát jelentett a megvalósítás, ezért az első ilyen jellegű szintézisek megjelenésére a modern, nagyteljesítményű számítógépek megjelenéséig kellett várni.

A probléma megközelítésére több módszer is kínálkozik. Megpróbálhatjuk például a rezgő testet leíró differenciálegyenletet numerikusan megoldani. A megoldás előnye, hogy az évszázadok során a fizikusok rengeteg testet vizsgáltak meg, így sok rendszernek rendelkezésre áll a leíró differenciálegyenlet-rendszere, amelyek könnyen algoritmussá alakíthatók. A megoldás univerzális, mivel a megoldó algoritmus állandó, csak a rendszert leíró egyenlet változik, ezáltal nagy

hatékonyságot érhetünk el. A módszer hátránya, hogy a differenciálegyenlet-rendszer megoldása nehézségekbe ütközik, ha valósídejű szintézisben szeretnénk használni, mivel ennek a módszernek óriási a számítási igénye.

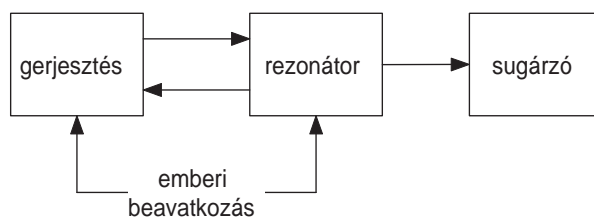
Más utat választottak a *CORDIS* rendszer megalkotói [2]. Ők a rezgő rendszert egymáshoz rugókkal és csillapításokkal kapcsolatban lévő tömegpontokként modellezték, amely nagyban hasonlít a végelem módszer megközelítésre (*Finite Element Method: FEM*). A számítási pontosság növelésére növelni kell tömegpontok számát, így azonban nagy lesz az eljárás számítási igénye, ezért ezzel az eljárással csak offline lehet a hangszer rezgéseit tanulmányozni, mely információt pl. a következő pontban tárgyalt móduselemezés során tudunk hasznosítani.

A harmadik megoldást a problémára a francia IRCAM kutatóintézet munkatársai dolgozták ki [1]. Az ő módszerükben a rezgésben már alaposan kidolgozott *móduselemezés* elméletéből kiindulva a rezgést mint módusokat tekintik. Az egyes módusokat csillapított rezonátorok modellezik, és a keletkezett hangot ezen rezonátorok jelének összegzéséből nyerik. A módusok meghatározása – tapasztalt elemzők számára – néhány nap alatt elvégezhető, és ebből a hang előállítása az additív szintézishez hasonlóan történik. A két módszer közötti fő különbség, hogy itt – az additív szintézissel szemben – a generált szinuszos burkológörbét nem ADSR módszerrel generálják, hanem a jeleket megfelelően paraméterezett exponenciális lecsengéssel jellemezhető csillapított rezonátorok állítják elő. A módszere előnye, hogy ezek a rezonátorok nagy hatékonysággal megvalósíthatók a digitális jelfeldolgozás eszközeivel, ebből kifolyólag nagyszámú módust lehet előállítani relatíve alacsony számítási igény mellett.

A negyedik megoldást a 80-as években dolgozták ki alapvetően húros hangszerek szintézisére. A waveguide módszer a húrokat leíró hullámegyenletet diskretizálja és ezt oldja meg nagy hatékonysággal.

### 3.1.2. A hangszermodell

A könnyebb értelmezhetőség érdekében célszerű a modellünket három funkcionális egységre bontani a 3.1 ábrának megfelelően, ez az általános *hangszermodell*. Az első elem a *gerjesztés*, mely a hangszertől függő megszólaltatási módnak felel meg (harangnál ütés, orgonánál levegő befújás stb.). A gerjesztés mint fizikai jel a *rezonátor*ba kerül, amely sajátfrekvenciákkal, módusokkal rendelkezik. A rezonátor például a zongora esetében a húr. Ez a rezonátor valamilyen fizikai kölcsönhatás révén visszahat (visszacsatolás) a gerjesztésre. A rezonátorból kilépő energia a *sugárzó*ba kerül, ahol hanggá alakul. A sugárzó például a zongora esetében a rezonátorlemez. A negyedik komponens az *emberi beavatkozás*, a hangszert megszólaltató személy beavatkozása, aki változtathatja a gerjesztést és rezonátort (pl. gitárnál lefogja a húrt).



3.1. ábra. A fizikai modell felosztása

## 3.2. A modális szintézis

### 3.2.1. A szintézis alapelve

A modális szintézis során a hangot csillapított rezonátorok állítják elő, ezért először áttekintem a mechanikai oszcillációk alapelveit.

A legegyszerűbb folytonos oszcilláló rendszer a másodfokú lineáris oszcillátor:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m} f(t) \quad (3.1)$$

ahol  $x$  az oszcillátor kitérése,  $\beta$  a csillapítási együttható,  $\omega$  a rendszer sajátfrekvenciája,  $m$  a tömeg, míg  $f(t)$  a testre ható erő. Az oszcillátor jósági tényezőjét az alábbi módon számíthatjuk:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\beta} \quad (3.2)$$

Ez az oszcillátor egy komplex-konjugált póluspárral rendelkező diszkrét rendszernek feleltethető meg, melynek a Dirac-impulzusra adott válasza egy exponenciálisan lecsengő szinusz. A legtöbb esetben azonban a hang sokkal bonyolultabb egy lecsengő szinusznál, ezért komplexebb jeleket  $N$  darab párhuzamosan kapcsolt oszcillátor jelének összegzésével tudunk elérni, így a 3.1 egyenlet kibővül egy differenciálegyenlet-rendszerre, ahol a szereplő  $\beta, \omega, m$  állandók egy-egy diagonális mátrixként jelennek meg:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_N \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} + \Omega^2 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \mathbf{M}f(t) \quad (3.3)$$

ahol:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2\beta_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & & 2\beta_N \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_{0_1} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_{0_N} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{1}{m_N} \end{bmatrix}$$

Az egyenletrendszer megoldása  $N$  darab egymástól független lineáris, homogén differenciálegyenlet megoldására vezethető vissza, aminek megoldása nem jelent problémát.

Bonyolultabb rendszereket rugókkal és csillapításokkal összekapcsolt tömegekkel lehet modellezni, de a módus analízis szerint [1] ezeket a csatolt oszcillátorokat általában szét tudjuk csatolni párhuzamosan kapcsolt oszcillátorokra, így a komplex rezgést vissza tudjuk vezetni a (3.3) differenciálegyenlet-rendszerre. A problémát ekkor az okozza, hogy a párhuzamosan kapcsolt rezonátorok pozíció függetlenek (tehát az erő mindenkit gerjeszt), ami kiterjedéssel rendelkező testek rezgéseinél nem áll fenn, hiszen az erő csak a test adott pontjaira hat. A megoldásban az  $\mathbf{M}$  mátrixot pozíciófüggővé tesszük, így kialakíthatók a módusok is, mivel a csomópontokba helyezett tömegeket végtelenné téve mozdulatlan helyek alakulnak ki.

A szintézis kezeli a testre ható erőket is, ezért alkalmas arra, hogy az interakció közben fellépő tranziens jelenségeket (koppanás, csattanás) modellezze. Ha több test modális szintézis modellje ütközik (pl. kalapács és húr), akkor jó minőségben előállítható a keletkező hang.

### Diszkrét rezonátor

A 3.2 ábrán a lecsengést megvalósító rezonátor adatfolyam-gráfját láthatjuk. A működését leíró differenciaegyenlet:

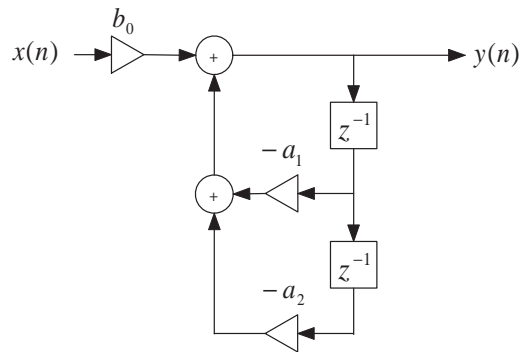
$$y(n) = b_0x(n) - a_1y(n-1) - a_2y(n-2)$$

ennek  $z$ -transzformáltja:

$$Y(z) = b_0X(z) - a_1z^{-1}Y(z) - a_2z^{-2}Y(z)$$

amiből a szűrő átviteli függvénye:

$$H(z) = \frac{b_0}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}$$



3.2. ábra.

Az átviteli függvényből látható, hogy rendszernek nincs zérusa, és két pólusa van, amiket a másodfokú megoldóképletet használva a

$$z_{1,2} = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_2}$$

képlet felhasználásával számíthatjuk. Ha az együtthatók valósak, akkor vagy mindkét pólus valós, vagy komplex konjugált póluspárt alkotnak.

A számunkra érdekes eset az utóbbi, mivel ekkor viselkedik a rendszer rezonátorként. Mivel a pólusok komplexek, ezért felírhatjuk őket a következőképp:

$$\begin{aligned} p_1 &= \sigma_c + j\omega_c \\ p_2 &= \sigma_c - j\omega_c \end{aligned}$$

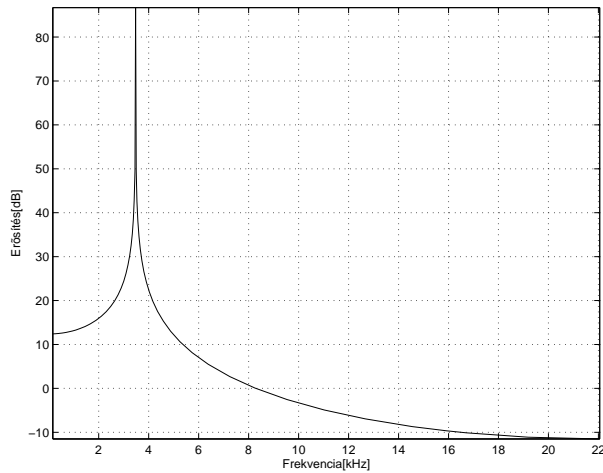
Ekkor a póluspárt ki tudjuk fejezni fázor segítségével:

$$\begin{aligned} p_1 &= R e^{j\theta_c} \\ p_2 &= R e^{-j\theta_c} \end{aligned}$$

ahol

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{\sigma_c^2 + \omega_c^2} > 0, \quad \text{és} \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{\omega_c}{\sigma_c}\right) \end{aligned}$$





3.3. ábra. A rezonátor amplitúdó karakterisztikája

ahol  $R$  az origótól való távolság (a stabilitás miatt  $R < 1$ ), és míg  $\pm\theta_c$  a pólusok az  $x$  tengellyel bezárt szöge. A  $\theta_c$  a rendszer  $\omega_c$  körfrekvenciájától függ:

$$\theta_c = \omega_c \Delta T = 2\pi f_c \Delta T$$

ahol  $\Delta T$  a mintavételi idő. Ha  $R$  elegendően nagy, akkor a rendszer rezonálni kezd (nem lesz túlcillapított). A fázor ábrázolással felírhatjuk a  $H(z)$  átviteli függvényünket a következő képpen is:

$$H(z) = \frac{b_0}{(1 - Re^{j\theta_c} z^{-1})(1 - Re^{-j\theta_c} z^{-1})} \quad (3.4)$$

$$= \frac{b_0}{1 - 2R \cos \theta_c z^{-1} + R^2 z^{-2}} \quad (3.5)$$

amiből:

$$a_1 = -2R \cos \theta_c$$

$$a_2 = R^2$$

Összefoglalva, a rezonátor csillapítását (jósági tényezőjét) az  $R$  határozza meg, míg a körfrekvencia beállításáért a  $\theta_c$  a felelős. A 3.3. ábrán egy rezonátor amplitúdó karakterisztikáját láthatjuk. Jól megfigyelhető, hogy a rezonanciafrekvencia közelében a legnagyobb a kiemelés.

### 3.2.2. A szintézis használhatósága

A modális szintézis szerint egy hang jellemezhető  $N$  darab különböző időállandóval és körfrekvenciával rendelkező, exponenciálisan lecsengő szinusz összegeként. A lecsengő szinuszokat a kis számítási igényvel rendelkező diszkrét rezonátorokkal tudjuk megvalósítani. Ezt idáig tekinthetnénk egy additív szintézisként is, az additív módszerrel szemben azonban két nagy előnye van: egyrészt, jól definiáltan kezeli a fizikai paramétereket, így tömegek és erők megadásával tudjuk a modellünket vizsgálni, másrészt, a hang megszólásának paraméterei változtathatók az  $\mathbf{M}$  mátrix variálásával, amivel szimulálhatjuk egy test különböző pontokban való megütését.

A modális szintézisnek azonban komoly hátrányai is vannak, ugyanis míg az egyes rezonátorok jósági tényezőjének és körfrekvenciájának meghatározása nem okoz gondot, addig az  $\mathbf{M}$  mátrix megadása csak kivételes esetekben tehető meg analitikus úton, komplexebb rendszerek esetén számítógépes végeelem módszerrel, vagy mérésekkel tudjuk csak megadni. Emiatt a modális szintéziskor gyakran csak a körfrekvenciákat és a jósági tényezőket adják meg, a súlymátrix pedig egy egységmátrix lesz, a jó minőségű hang előállításáért pedig egy gerjesztésmóddal felelős.

## 3.3. A waveguide szintézis

A 80-as évek elején jelent meg egy – a számítási kapacitás szempontjából – nagyon hatékony új módszer: a *waveguide* [14].

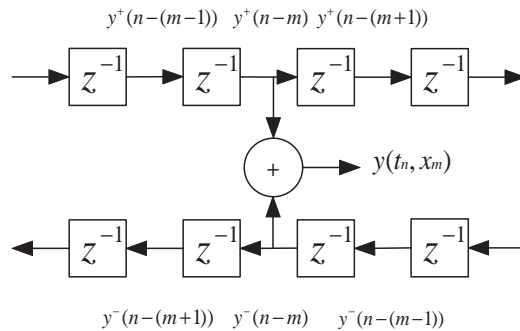
### 3.3.1. A szintézis alapelve

Ezt a szintézist a fizikai szintézisek közé soroljuk, speciálisan a *hullámegyenlettel* leírható hangszerek hangját állíthatjuk vele elő. A waveguide-ot előszere-ttel használják *húros* hangszerek hangjának szintézisére, eddig például gitárt, zongorát, hegedűt valósítottak meg vele [3] [5]. A módszer alapötlete az, hogy a hullámegyenletnek minden olyan haladóhullám megoldása, amely mozgása során megtartja alakját. Ekkor az általános megoldás két ellenkező irányban haladó hullám szuperpozíciója:

$$y(x, t) = f^-(ct - x) + f^+(ct + x) \quad (3.6)$$

Ha ezt az egyenletet úgy mintavételezzük, hogy az egyes elemek minden mintavétel alatt egy csomópontot lépjenek, akkor az ideális waveguide modellhez jutunk:

$$y(t_n, x_m) = y^+(n - m) + y^-(n + m) \quad (3.7)$$

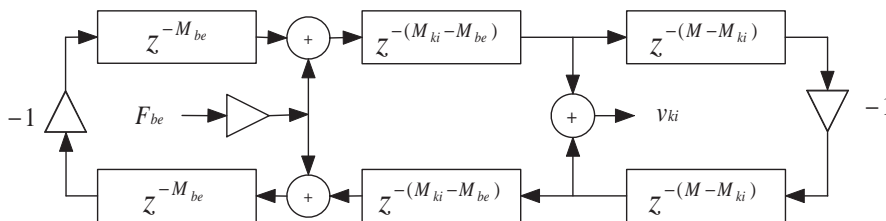


3.4. ábra. A waveguide alapkonceptiója

Ezt felfoghatjuk két, egymással szemben haladó végtelen hosszúságú késleltetőláncnak, ami gyakorlatilag egy végtelen hosszúságú húrnak feleltethető meg (3.4 ábra). A linearitás miatt megtehetjük, hogy más változókat reprezentálunk az egyes késleltetővonalakkal, például a kitérés sebességét ( $v$ ) és a húr adott pontjára ható transzverzális erőt ( $F$ ). Ekkor a húr hullámimpedanciája:

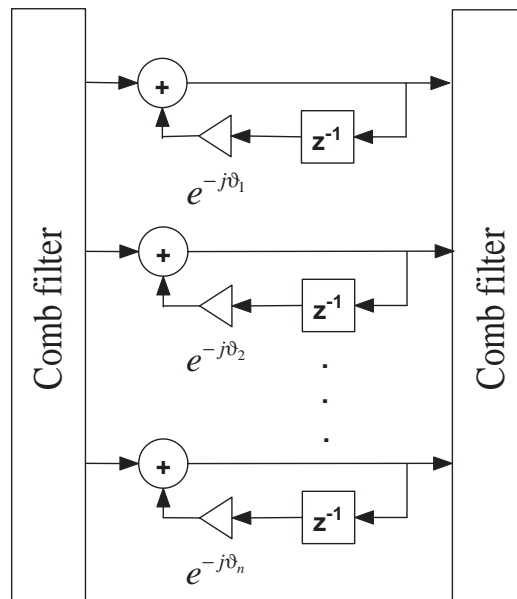
$$Z_0 = \frac{F^+}{v^+} = \frac{F^-}{v^-}$$

Mivel a gyakorlatban nem léteznek végtelen hosszúságú hűrok, ezért egy  $Z$  impedanciával le kell zárjuk a hűrt, amit könnyen megtehetünk  $Z_0$  ismeretében. A távvezetékhez hasonlóan itt is reflexió alakul ki, tehát ideálisan merev lezárás esetén a sebesség- és erőhullámok azonos amplitúdóval, de ellentétes előjellel verődnek vissza. Energiát úgy tudunk bejuttatni a rendszerbe, hogy az egyes késleltetőláncokat megszakítjuk, és az erőt egy-egy összeadóval becsatoljuk. Ekkor a tökéletes húr waveguide modelljéhez jutunk, amit a 3.5. ábrán láthatunk. Ez a struktúra át-



3.5. ábra. Az ideális húr modellje

konvertálható egy párhuzamosan kapcsolt rezonátorokból és két fésűszőrőből álló



3.6. ábra. A waveguide-nak megfelelő rezonátoros struktúra

struktúrává a 3.6. ábrának megfelelően. Ekkor a késleltetőláncok elemszáma által meghatározott frekvenciákat a rezonátorok állítják elő, míg a szűrők az amplitúdómenetekért felelősek. Ebben formában a struktúra csak periodikus hangot képes előállítani (mivel a lezárások teljesen ideálisak), ezért a lezárások végessé tételével tudunk lecsengő jeleket előállítani. Ha olyan frekvenciafüggő lezárást alkalmazunk, amelynek fázisa mindenütt nulla, akkor az egyes komponensek lefutása változtatható, és ha még a fázisfeltételtől is eltekintünk (tehát tetszőleges lezáró impedanciát engedünk meg), akkor nemcsak a lecsengési idők, hanem a módusfrekvenciák is megváltoznak. Általános esetben egy rezonátorokból és egy lezáró impedanciából álló struktúra helyettesíthető waveguide-dal (frekvencia és lefutási hibákkal), azonban a késleltetőlánc és egy maximum 10-15 fokú szűrő megvalósítása sokkal kisebb számítási kapacitást igényel, mint a neki megfelelő rezonátoros struktúra, ezért élethűbb hangminőség érhető el vele hasonló számítási igény mellett.

### 3.3.2. A szintézis használhatósága

A waveguide szintézist a rezonátoros elrendezéssel való kvázi egyenértékűsége miatt minden olyan esetben alkalmazhatjuk, amikor az additív szintézist. A legnagyobb különbség a két módszer között, hogy az additív szintézis során tets-

zőleges frekvenciákat tudunk előállítani (mivel minden egyes komponenst külön generálunk), míg a waveguide esetében a hangban csak az alaphfrekvencia és felharmonikusai szerepelnek (amelyek valamelyest változhatnak).

Mint azt az előző fejezetben bemutattam, a waveguide szintézis nehézség nélkül megvalósítható a mai jelfeldolgozó processzorokon. A legnagyobb problémát a lezáró szűrő megtervezése jelenti, mivel nem létezik olyan algoritmus, amely a szintézishez szükséges IIR szűrőt garantáltan *stabilra* tudná megtervezni. Mint a fizikai szintézisekre általában, itt is igaz, hogy probléma a megszólas paramétereinek megtalálása, ugyanis a rengeteg fizikai paraméter közül ki kell választanunk azokat, melyek szignifikánsak a megszólas hang szempontjából.

### 3.4. Összefoglalás

A fizikai szintézishez a hangszer modelljét kell megalkotnunk, ami nehézségekbe ütközik. Mivel a valóságú hangvisszaadásnak csak a modell minősége szab határt, elvileg bármilyen pontossággal elő tudjuk állítani a kívánt hangot, több problémával is szembe kell néznünk azonban. Az első probléma az, hogy kompromisszumot kell kötnünk a növekvő számítási kapacitás és a még jónak tekintett hangminőség között, tehát a modellt annyira kell egyszerűsíteni, hogy a jelenleg rendelkezésre álló architektúrával valós időben tudjunk hangot szintetizálni.

A harang esetében külön problémát jelent, hogy a harang alakjának, fizikai jellemzőinek nagyfokú bonyolultsága miatt nem ismert a harang differenciálegyenlet rendszere, ezért a differenciálegyenlet megoldás elvén működő fizikai szintézisek eleve kizártak. Elméletben három lehetséges úton tudnánk a problémát megoldani:

- a véges elem módszerrel, ez azonban szintén kizárható, mivel a számításához szükséges kapacitás nem áll rendelkezésre valósidejű szintézis esetén, valamint – mivel a harangok alakját a harangöntő szakemberek ipari titokként kezelik – a megfelelő mennyiségű harang geometriai méreteit felvenni nagy nehézségekbe ütközik.
- modális szintézishez hasonló technikával, ahol a rendszer paramétereit a hangból származtatjuk
- a waveguide szintézissel

## 4. fejezet

# A harang

Az alavető szintézistecnikák áttekintése után ebben fejezetben a harangról az évtizedek során összegyűlt ismereteket foglalom össze. A fejezet első részében áttekintem a harangok történetét, fejlődésüket, a kialakult harang használati módokat. A második részben ismertetem a haranghang szempontjából lényeges mechanikai ismerteket, valamint részletezem a harang kialakítási profilokat. Végül, a fejezet harmadik részében bemutatom a harangról végzett móduselemzési kutatások eredményeit, valamint az általunk elvégzett méréseket ismertetem.

### 4.1. A harang története

A harangok története több évezredre nyúlik vissza, a világ múzeumaiban több fennmaradt példányt is találunk. A Közel-Keletről ie. 1000 körül vannak az első fennmaradt harangok, míg Kínában a Shang dinasztia korából (ie. 1600- ie.1100). Az első hangolt harangokat is Kínában öntötték az ie. 5. században. A harang mint zenei eszköz a nyugati kultúrában a 17. század körül jelent meg, amikor az öntők feltalálták a harang hangolásának technikáját, azóta az európai harangok változatlanak tekinthetők, és az egyes országok közötti harangprofil-eltérések sem túlságosan számottevők [12]. Az 1980-as években a holland Royal Eijsbouts harangöntőde új típusú harangot fejlesztett ki – számítógépes végeselem módszerrel – speciálisan harangjátékok részére [12]. Ezeknek a harangoknak a módusszerkezete eltér a klasszikustól, így ebben a dolgozatban nem fogok foglalkozni velük.

Nyugat-Európában (legfőképpen Angliában és Hollandiában) jellemző alkalmazás a 16. századtól a *harangjáték* (carillon), míg Magyarországon főképp a *harangszó* terjedt el. A két megszólalási mód közötti fő különbség az, hogy a harangjátékokban a harangok állnak és az ütőművek – egy billentyűzetről vagy

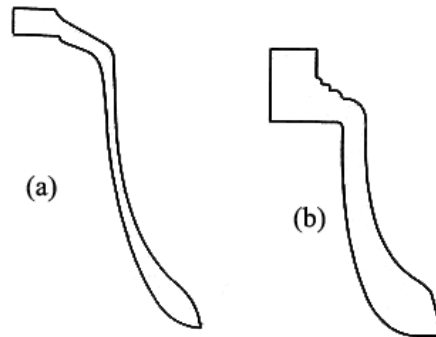
újabban elektronikus vezérlésről – a harangtestet meghatározott pontokban megütve dallamot játszanak le. A harangjátékokban megszólaló harangok méreteiket tekintve kisebbek, profiljuk kialakítása eltér a harangozásra használtakétól. Magyarországon (és a német érdekerületeken) a harangok egy lengőszerkezetben vannak elhelyezve, ahol lengőmozgást végeznek. A nálunk előforduló harangszóban is van harmonikus dallam, ugyanis a templom tornyaiban lévő harangok úgy vannak összeválogatva, hogy egy hármas- vagy négyeshangzatot alkossanak, és a harangok lengése közben jellemző ismétlődő ritmus alakul ki. A harangjátékok számára készített harangokkal – ugyan sokban megegyeznek nagyobb testvéreikkel – a dolgozat nem foglalkozik, de néhol rámutatok egy-egy szignifikáns különbségre. A harangok harmadik családját a kis kézi harangok képviselik, melyeket kézben tartva egy több fős – esetleg néhány tíz ember – dallamot adnak elő. Ez típus csak az Egyesült Államokban és Angliában jellemző, ezért csak a megütés kérdéseinél fogok vele részletesebben foglalkozni.

#### **4.1.1. Harang kutatások**

A harang hangja több évszázada érdekli a fizikusokat. A harang hangjának első spektrális elemzését az angliai harangöntő mesterek végezték el a 17. században, a harang hangolásának céljából. Az első tudományos értékű munka 1890-ben jelent meg [11], mely megmutatja, hogy a harang megütésekor hallható hang egy oktávval alacsonyabban van, mint a névleges hangmagasság, valamint leírja az első öt parciális rezgési módusait. A 20. században Lehr (egyik fő kutató volt az új típusú holland harangok kifejlesztésében), Rossing és Perrin munkássága kiemelkedő. A harang rezgéseinek tárgyalását kimerítő részletességgel [12] tartalmazza, míg ennek kivonatos változatát [6]-ban találjuk.

## **4.2. A harang fizikai leírása**

A 4.1 ábrán két tipikus harang profilt láthatunk. Az (a) ábra egy templomi harangozásra készült harangot mutat, míg a (b) jelű egy kisebb, harangjáték számára készültet. A profilok öntőről öntőre változnak, mivel egymástól függetlenül dolgozták ki a saját harangkészletüket kísérletezés útján – a tudás generációról generációra öröklődik –, és a profilokat titokként kezelik. Általánosságban azonban elmondható, hogy az öntők két megközelítést alkalmaznak a profil leírására. Az egyik módszer körívvel közelíti, míg a másik elliptikus ívet használ, bár néhány cég különböző polinomokkal írja le a profilt. A harang speciális fémötvözetből – egyfajta bronzból – készül. Az összetétel 80% réz, ~18% ón, valamint cink és ólom. Az ötvözet pontos arányait azonban szintén titokként kezelik az



4.1. ábra. Harang metszeti profilok [12]

öntők, mivel ez jelentősen befolyásolja a keletkezett hangot és a tartósságot (elvértett arányok esetén akár meg is repedhet a harang, ilyenkor újra kell önteni), valamint a pontos arány gyártóról-gyártóra változik.

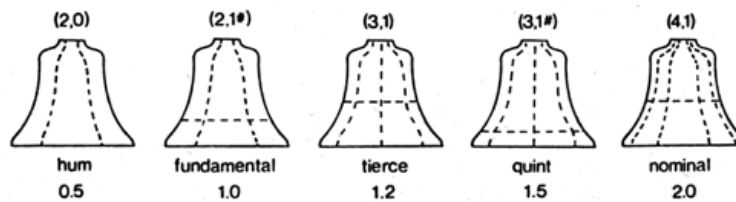
Nyugat-Európában a harangok első öt parciálisát hangolják (gyakorlatilag a hang spektrumának meghatározása után a harang belsejéből kiesztergálnak), míg hazánkban ez nem jellemző. A Nyugat-Európában elterjedt harangjátékok harangjainak ezzel szemben csak az első két-három parciálisát hangolják.

### A harang öntése

Jelenleg Magyarországon gyakorlatilag egy mester önt, Gombos Miklós. Az öntéstechnológia fejlődése nyilván ezt a szakterületet is megváltoztatta, a kis darabszám miatt azonban gyakorlatilag mai is a manufaktúrákra jellemző termelési mód a meghatározó.

A harangöntés első lépése a harang belső profiljának megfelelő mag elkészítése. A magon alakítják ki a profilnak megfelelő úgynevezett álharangot tűzálló anyagból, többnyire agyagból, egy körbe forgatható sablon segítségével. A sablon minden haragnál más és más, ezek újrafelhasználhatók. Az agyag kiszárítása után az álharang felületére kerülnek fel a viaszból készült díszek, feliratok. Az álharangra ezután egy úgynevezett finomsár réteget visznek fel, amely homokból és speciális kötőanyagokból áll (a harangöntő műhely azért van Órbottyánban, mivel ott található meg az ehhez kellő finomságú homok), a külső réteg megszáradása után az álharangot eltávolítják, a köpenyt visszahelyezik a mag fölé, bedöngölik a földbe és az álharang helyére öntik a megolvasztott bronzot. A folyékony fém teljes megszilárdulása után a harangot kiássák és megtisztítják.





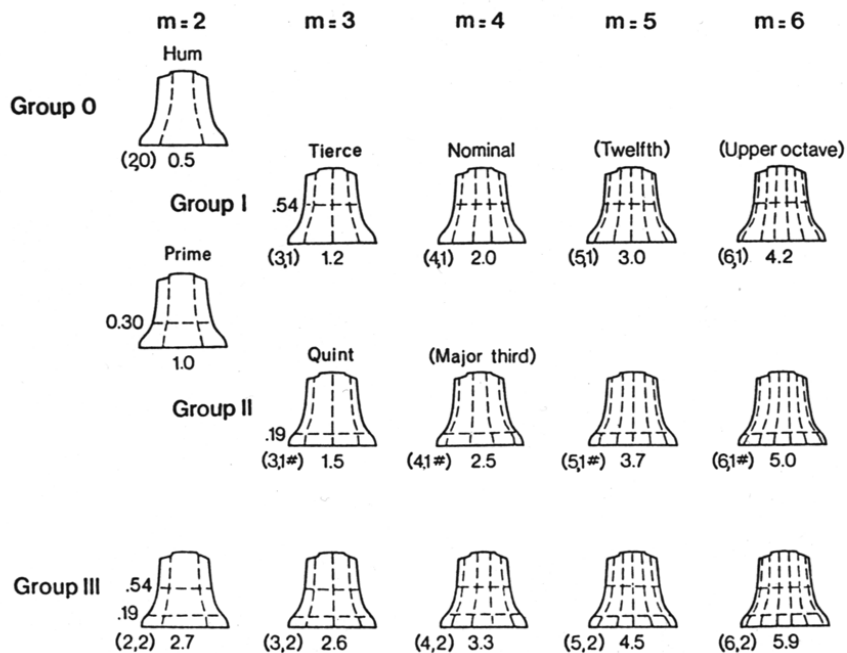
4.2. ábra. A harang első öt módusa [12]

### 4.2.1. Rezgési módusok és Chladni-törvénye

A múlt századi technikai fejlődése lehetővé tette, hogy a harangot végeelem számítási módszerekkel és lézer interferométeres mérésekkel a korábbiaknál sokkal pontosabban vizsgáljuk. Rossing és Perrin összefoglaló cikkeiben [12] [10] részletesen elemzik a harang rezgéseit. Ezen cikkek alapján foglalom össze a szintézishez szükséges információkat.

#### Rezgési módusok

A harang rezgése nagyon bonyolult mozgás. Elvben ez a mozgás leírható merőleges irányú rezgési módusok lineáris kombinációjaként, ahol az egyes módusok kezdeti amplitúdóját a megütéskori alakváltozás határozza meg. Elméleti megfontolások alapján megjósolható, hogy minden módus  $2m$  számú sugárirányú, egyenlően elosztott, és  $n$  számú a peremmel párhuzamos csomóponttal rendelkezik, ahol  $m, n = 0, 1, 2, \dots$ .  $m = 0$  esetén a módusok egyszeresek, míg  $m > 0$  esetben párokról beszélünk, melyeknek – ideális, teljesen körszimmetrikus esetben – egy parciálissal alkotnak. A gyakorlatban azonban a harangok nem teljesen körszimmetrikusak, ezért ezek a párok két részre válnak (más-más közeli frekvenciák alakulnak ki), amit – a két közeli frekvencia miatt – *tremolóként* érzékelünk, ami nagyon fontos jellemzője a haranghangnak. Elméletileg ezt a jelenséget meg lehet szüntetni azzal, hogy a harangot a megfelelő helyen ütjük meg (csomópontban), a gyakorlatban azonban ez nem kivitelezhető, mivel egy adott helyen más módusok is lehetnek, ahol más frekvenciájú párok alakulnak ki. (A jelenség hasonló ahhoz, amikor egy bőgrét a kerülete mentén más-más ponton ütünk meg, ekkor az aszimmetria miatt más-más hangot hallunk.) A 4.2. ábrán az első öt módust láthatjuk, ahol a szaggatott vonalak jelzik a rezgések csomópontjait. A felül található  $(m, n)$  párok jelölik a sugárirányú és a peremmel párhuzamos csomópontok számát. Az ábrán látszik, hogy két csomópont is van  $(3, 1)$  jelöléssel, az első ábrán a harang derekánál, míg a második a harang szájánál található. Az elsődleges parciálissal való frekvencia hányadosok az ábra alján láthatók. Az ábra mutatja, hogy a terc



4.3. ábra. A harang módusai [12]

komponens frekvenciája „kilóg” a harmonikusok sorából, mert az elsődleges parciálisokhoz képest 20%-kal nagyobb a frekvenciája.

A hang szempontjából fontos parciálisokat elsődlegesen azok a módusok hozzák létre, amelyek merőlegesen a harang felületére, ezeket *csoportokba* sorolják. A 4.3 ábrán láthatjuk az első három csoportba tartozó módusokat. A 0-s csoportba egyetlen hang tartozik, a „hum”. Ennek a módusnak nincsen a peremmel párhuzamos csomópontja, frekvenciája az elsődleges parciális frekvenciájának fele. Az I-es csoportba tartozó módusokat gerjeszti legerősebben az ütő, így az általuk generált parciálisok a legfontosabbak a harang hangjában. A II-es csoportban a  $(2, 1\#)$ ,  $(3, 1\#)$ ,  $(4, 1\#)$  és magasabb rendű módusokat találjuk. Az  $n = 2, 3, 4 \dots$  módusok rendre a III-as, IV-es, V-ös ... csoportba tartoznak, melyek a harang szájának környékén jönnek létre. A  $(2, 1\#)$  módust (ez generálja az elsődleges parciális) igazából semmelyik csoportba sem tudjuk sorolni, mivel a peremmel párhuzamos csomópontja az I-es csoport csomópontja alatt, és a II-es csoport csomópontja felett található.

## Chladni törvénye

Chladni 1787-ben kiadott munkájában írja le a rezgő lemezekre vonatkozó törvényét, mely szerint Rayleigh analitikus úton bebizonyította, hogy egy kör alakú lemez rezgési frekvenciái a következően számíthatók:

$$f_{m,n} = c_n(m + 2n)^{p_n}$$

Ha  $(m + 2n)$  nagy. A gyakorlatban sík és nemsík kör alakú lemezekre a módosított Chladni-törvény érvényes:

$$f_{m,n} = c_n(m + 2n)^{p_n}$$

Sík lemezekre  $p_n \simeq 2$ , de cimbalomok, harangok és gongok esetén 1.4-től 2.4-ig változik értéke. Harangoknál  $p_n$  és  $c_n$  értéke az  $(m, n)$  párosításoktól függ (a különböző kombináció csoportokhoz más-más értéket rendelnek). A bonyolultság egyszerűsítése miatt a harangok esetén a törvényt az alábbi formában használják [10]:

$$f = c(m + bn)^p$$

Az átírás előnye, hogy ekkor  $c, b, p$  értéke csak  $m$ -től függ. Mivel a Chladni-törvénynek megfelelő paraméterek meghatározása csak mérésekkel lehetséges, ezért az eredmények csak elméleti szempontból érdekesek, a hang szintézisében nem nyújtanak számunkra többlet információt, így a továbbiakban nem foglalkozom ezzel az elmélettel.

### 4.2.2. Hangolás

A Nyugat-Európában általában 1:2:2.4:3:4 arányban hangolják a harang alsó öt parciálisát. Ettől a hangolási módtól eltérnek a haranjátékokba szánt harangok esetén, ugyanis ekkor csak az első kettő-három parciállissal foglalkoznak. A hangolás során speciális vertikális esztergával kiesztérgálnak a harang belsejéből. Az eljárás során ügyelni kell arra, hogy honnan vesznek ki bronzot, mivel azonos helyen több módus is előfordulhat. A harang hangolásának fontos szerep jut mind a haranjátékok, mind a harangozás estében. Ugyan, ha az egyes parciálisok eltérnek a kívánttól, akkor azt még haranghangnak halljuk, több harang együttes hangjában azonban diszharmóniát okoz, ha az egyes parciálisok nem ugyanarra a frekvenciára esnek (hamis lesz a hang). Éppen ezért fontos az, hogy a harangokat ne a diatonikus (természetes) skála szerint hangolják, mert ebben a hangközök nem egyenletesen vannak elosztva. Ezekből a megfontolásokból következik, hogy a harang paricálisait a kromatikus (vagy temperált) skála szerinti frekvenciákra hangolják be.

Módus	Parciális	Ideális	Temperált
(2, 0)	Hum	0.500	0.500
(2, 1#)	Elsődleges	1.000	1.000
(3, 1)	Terc	1.200	1.183
(3, 1#)	Kvint	1.500	1.506
(4, 1)	Névleges	2.000	2.000
(4, 1#)	Decima	2.500	2.514
(2, 2)	Undecima	2.667	2.662
(5, 1)	Doudecima	3.000	3.011
(6, 1)	Felső oktáv	4.000	4.166
(7, 1)	Felső undecima	5.333	5.433
(8, 1)		6.667	6.796
(9, 1)	Tripla oktáv	8.000	8.215

4.1. táblázat. A legfontosabb parciálisok és hangolásuk

### 4.2.3. Lebegés

Az egyik legmeghatározóbb tulajdonsága a harang hangjának a lebegés, melynek okait a fejezet elején taglaltam. A szakkönyvek szerint ez a jelenség nem kívánatos a hangban, ezért több módszert is ajánlanak a megszüntetésére. Egyrészt az ütő elhelyezésével lehet csökkenteni a mértékét, a hazai harangok esetén azonban ez nem kivitelezhető, mivel a harang nyelve nem annyira precíziós, hogy egy-egy megütésnél 1-2 mm szórással rendelkezzen. A másik megoldás az ütési pontokkal szemben a harang külső oldalán elhelyezett sugárirányú bordázatok (egymással szembeni) felszerelését javasolja.

A hangokkal folytatott rengeteg kísérletezés eredményeképp véleményem szerint a haranghangnak annyira meghatározó eleme a lebegés, hogy semmiképpen sem hagyható ki a szintézisből, mivel e jelenség nélkül a hang színtelenné, jellegtelenné válik (iskolai csengő hangúvá).

### 4.2.4. Ütők

A harang megütése fontos kérdés, mivel a létrejövő hang erősen függ az ütő és az ütés paramétereitől. Hagyományosan a harangozásra használt harangok ütőgombja általában kovácsolt vasból, míg az utóbbi évtizedekben már inkább öntöttvasból készül (így Magyarországon is). A harangjátékok ütői általában acélból vagy bronzból vannak. Az Egyesült Államokban és Angliában elterjedt kézi harangok sok esetben jóval puhább anyagokkal vannak megütve (műanyaggal, bőrrrel vagy filccel). A bőrrrel való megütés egyébként Magyarországon is ismert, néhány Duna–Tisza-közi helységben ha halotti emlékharangszó szól, akkor a harangozás előtt kecskebőrrrel vonják be az ütőt, így a megütéskori éles csattanás elmarad és csak a harang búgása hallatszik (ezt a módszert „bőrözésnek”-nek vagy „zengetésnek” hívják).

A kutatások szerint ha egy nehéz ütővel ütik meg a harangot (tehát nagy erővel), akkor az alacsonyfrekvenciás parciálisok kezdőamplitúdói nőnek, míg a névleges parciális amplitúdója csökken, ezért a harang hangját mélyebbnek halljuk.

### 4.2.5. Méretezés

A harang méreteinek ismerete nem szükséges a haranghang szintetizálásához, mégis foglalkoznunk kell vele, mivel az 5.5 fejezetben a harangok lengésidejének meghatározásához szükségünk lesz a harang tömegére.

Általánosságban elmondható, hogy a harang összes dimenziója arányos a névleges frekvencia reciprokával ( $1/f$  szabály). A holland Eijsbouts öntödében végzett vizsgálatok szerint a harangozásra használt harangok esetén ez az összefüggés

igaz, a harangjátékokban használtak esetén azonban a magas hangú harangok átmérője lényegesen nagyobb volt a jósoltnál [12]. Mivel az  $1/f$  szabály értelmében a harang hangja kétszeres átmérőnél lesz egy oktávval mélyebb, ezért – a térfogat köbös növekedése miatt – a súlya kb. 8-szorosa lesz. Ezt az összefüggést ökölszabályként alkalmazva egy harang adataiból kiindulva meg tudjuk határozni egy tetszőleges alaphangú harang körülbelüli súlyát.

### 4.3. Mérések

Az Interneten sok helyen találhatunk letölthető haranghangokat, amiket lelkes amatőrök készítettek (legfőképpen angliai források vannak), ezek minősége azonban nem megfelelő. A felvételek készítése során nem ügyeltek a zajmentes környezetre (például beszéd, csattanások hallhatók), diktafont használtak, a felvételek túlvezéreltek stb., ezért a továbbhaladáshoz szükségünk volt egy helyesen mért haranghangra. A harangot Gombos Miklós őrbottyáni harangöntőtől kaptuk kölcsön, eredeti lakhelye a sárközi Ócsény, ahonnan felújításra (lengőszerkezetcsere, tisztítás) szállították a mester műhelyébe. A harangot mérés közben a 4.6. ábrán láthatjuk.

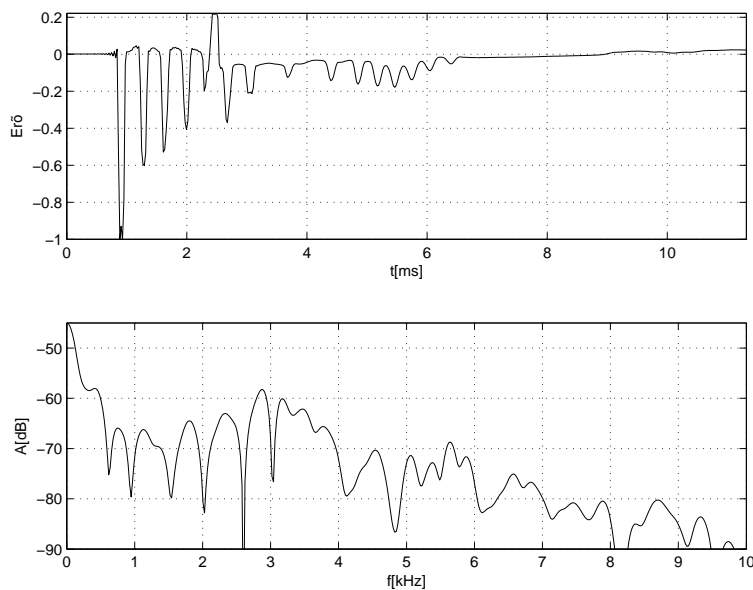
Már a mérések megkezdése előtt felmerült, hogy a majdani szintetizáláshoz szükség lehet a hang mellett a harangot gerjesztő jelre (erőre) is. Az erő mérésére a Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék DSP Laborjában található Brüel&Kjær típusú erőmérő kalapácsot kívántuk használni, a harang megérkezése után, az első mérések megtörténtével rá kellett jönnünk azonban, hogy a kalapács súlya nem éri el azt a szintet, amely a harang megfelelő gerjesztéséhez szükséges. Ezért elkészítettünk egy, a kalapácsra szerelhető, az eredetinel jóval nagyobb súlyú (kb. 1 kg) ütőgombot. A mérések során egy többcsatornás adagyűjzővel mind az erőjelet, mind a hangot szimultán rögzítettük. A mintavételi frekvencia  $f_s = 44.1$  kHz volt, és 16 bites mintavételt alkalmaztunk.

A harang spektrumát a 4.5. ábrán láthatjuk. A 4.2. táblázat a főbb komponenseket és a névleges hanggal ( $E_6$ ) való arányukat mutatja. Megfigyelhető, hogy a komponensek arányaiban alig térnek el az ideálistól, bár a harang névleges frekvenciája (1308 Hz) alatta van a neki megfelelő  $E_6$  hangtól (aminek frekvenciája a kromatikus skála szerint 1318 Hz). Ez mindenképpen érdekes megfigyelés, ugyanis mint a 4.2.2 fejezetben bemutattam, Nyugat-Európában a harangokat öntés után hangolják, míg hazánkban nem, ennek ellenére a hang elég pontos.

A harang mérései során a hang mellett az ütő és a harang ütközésekor fellépő erőt is mértük. A 4.4 ábrán egy tipikus megütést és spektrumát láthatjuk. Az ábrán jól látható, hogy a kalapács és a harang többször ütközik, ami a harang rezgéséből következik. Ez az eredmény teljesen megfelel várakozásainknak, bár

Frekvencia (Hz)	Parciális	Arány
350	Hum	0.53
628	Elsődleges	0.96
785	Terc	1.20
999	Kvint	1.52
1308	Névleges	2.00
1633	Decima	2.50
1674	-	2.56
1755	Undecima	2.68
1952	Duodecima	2.98
2675	Felső oktáv	4.09
3474	Felső undecima	5.31
4310	-	6.59

4.2. táblázat. Az őcsényi harang legfontosabb parciálisai



4.4. ábra. Tipikus erőjel (felső ábra) és spektruma (alsó ábra)

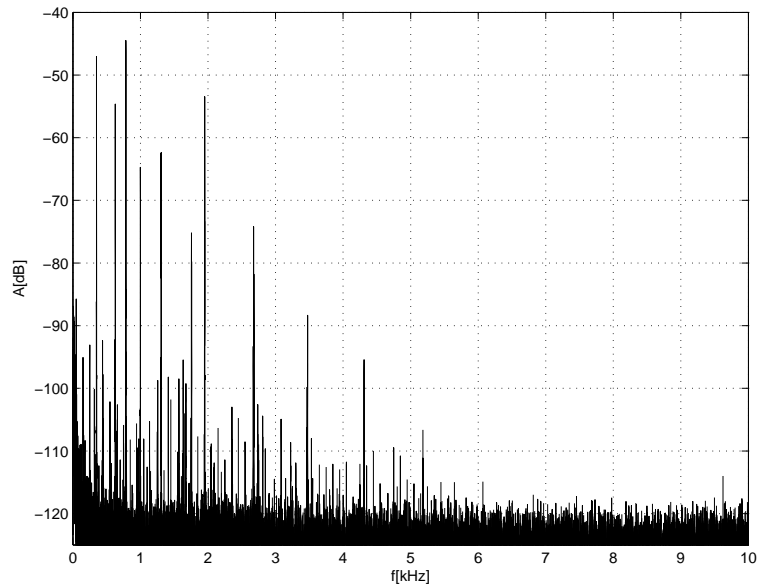
a [9]-ben ANSYS programmal végzett végeselem elemzéssel, valamint gyorsulásérzékelőkkel végzett kísérletek során nem tudták kimutatni a többszörös megütéseket, de [7]-ben egyértelműen igazolták a jelenség fellépését, így [9]-ben a szerzők a méréseik pontatlanságára hivatkoznak.

A jelet megvizsgálva több érdekes észrevételt tehetünk:

- a tüskesorozat amplitúdója exponenciális jelleggel csökken
- az egyes tüskék közötti távolság kvázi állandó

A tüskék közötti távolság állandósága valamilyen konkrét frekvencia meglétére utal, amit a jel spektrumát vizsgálva igazoltam. Kiderült, hogy a gerjesztőjelben megjelennek a harang magasabb csoportba eső módusoknak megfelelő frekvenciák (a legjelentősebb a (6, 1) módusé), ami azt bizonyítja, hogy a megütés után a harang eltávolodik az ütőtől (rezegni kezd), és a magasabb frekvenciájú, de gyors felfutású módusok rezgése miatt az ellenfázisban újra összeérnek. Az erőjelben megjelenő frekvenciákhoz tartozó módusok helye a harang szájánál van, ott ahol az ütés történt.





4.5. ábra. Az őcsényi harang spektruma



4.6. ábra. Az őcsényi harang mérése

## 5. fejezet

# Haranghang szintézis

Az előző fejezetben feldolgoztam a haranghangzás elméleti hátterét, megvizsgáltam a móduselemzés eredményeit a haranghang szintézisben, valamint a 2. és a 3. fejezetekben áttekintettem a zenei hangszintézis alapvető technikáit.

A dolgozat ezen részében az általam megvalósított szintézist fejtem ki részletesen. A szintézis célkitűzése, hogy több harang hangját (mind az egyszerű megütést és harangjátékot, mind a harangozást) szimultán tudjuk szintetizálni valós időben a jelenleg elérhető DSP processzorokon. Ugyanakkor a dolgozatnak nem célja a konkrét megvalósítás gépkód szinten, így jelenleg még csak MATLAB-ban készítettem el a szintézist.

A jelenleg elkészült megvalósítás az alábbi funkciókat látja el:

- harangjáték lejátszása
- harangozás szintetizálása

A harangjátékon egymás után vagy egymással egyidőben megszólaló ütésekert értünk. Az egyes harangok hangját szuperponálódva halljuk (gyakorlatilag össze kell őket adni). Harangozás esetén szimulálnunk kell a harang lengését, tehát a különböző hangú (különböző tömegű) harangok lengésidejét figyelembe véve a megfigyelő más-más irányból hallja a harangok hangját.

A harangok úgy vannak felfüggesztve, hogy a rezgés nem képes áttérjedni az állványzaton keresztül a többi harangra, ezért pl. a zongorával ellentétben nem kell az egyes harangok egymásra hatásával foglalkoznunk (elméletben lehetséges, hogy két harang egy-egy parciálisa azonos frekvenciára essen, és ezek a parciálisok gerjesszék egymást, ahogy pl. egy hangvilla gerjeszthető egy normál A hanggal, ebben az esetben azonban ez a hatás elhanyagolható.)

A fejezet első részében megindoklom, hogy miért az általam pszeudo-fizikai szintézisnek nevezett módszer mellett döntöttem. A fejezet következő részében

felállítom a harang és ütő modelleket, valamint a lengő harangra vonatkozó dinamikai modellt. Végül a fejezet utolsó részében összefoglalom a szintézis eredményeit.

## 5.1. Melyik szintézismódszert használjuk?

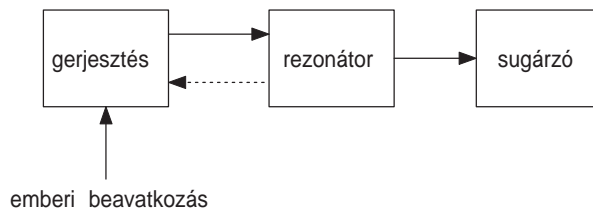
Az előzetes vizsgálatok után két módszer tűnik használhatónak a haranghang esetében:

- egy ütőmodellel kiegészített módus alapú szintézis (pszeudo-fizikai szintézis)
- és
- a waveguide

Hosszas próbálkozások után az ütőmodellel kiegészített módus alapú szintézis mellett döntöttem. Döntésemet több okkal is tudom igazolni. Egyrészt a harang hangjának összetevői nem alkotnak harmonikus skálát, a *terc* komponens a maga 1.2-szeres frekvenciájával nehezen megvalósítható waveguide segítségével. Mivel a hangban nagyon jelentős az alaphang felénél elhelyezkedő „hum” frekvencia, ezért az alaphang  $\frac{1}{10}$ -ének megfelelő frekvenciának kellene lenni a waveguide alapfrekvenciájának (mivel ez a frekvencia a legnagyobb közös osztója a „hum” és *terc* paricálisnak). A waveguide az összes felharmonikust generálja, ezért a szükségtelen frekvenciákat ki kell szűrni (tehát gyakorlatilag a generált frekvenciák kb. 80%-át). További problémát jelent a waveguide esetében, hogy nehezen megvalósítható a lebegés, ami pedig nagyon fontos jellemzője az élethű haranghangnak.

A második probléma a waveguide-dal a fizikai megfeleltetés. Mivel a waveguide-ot alapvetően húros hangszerek szintézisére fejlesztették ki, ezért a moszoni terminológiával nehéz a húrt „belemagyarázni” a harangba. Az irodalomban fellelhetők ugyan munkák teljesen más jellegű hangszerek szintézisére (pl. üvegpohár gerjesztése vizes ujjal [5]), ezek is távol állnak azonban a harangtól.

A modális szintézis ellenben nagyon jól használható a harang esetében, mivel a generált frekvenciák függetlenek egymástól, az egyes parciálisok lecsengése és körfrekvenciája egymástól függetlenül, könnyen beállítható. Az energia bejuttatása sem okoz túlságosan nagy nehézséget, egyszerű megfontolások alapján különböző hatásokat tudunk elérni a hangban (erős megütés, tompa megütés stb.).



5.1. ábra. A módosított hangszermodell harang esetén

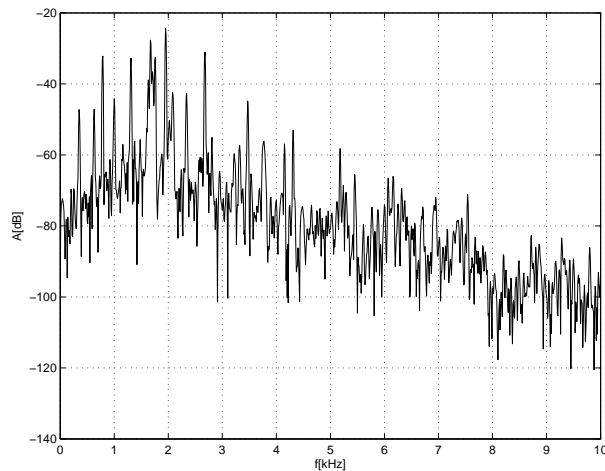
## 5.2. A harang hangszermodellje

A harang esetében a 3.1. ábrán látható általános hangszermodellt módosítanunk kell, mivel a mi esetünkben a hangszer paramétereit nem áll módunkban változtatni a játék közben, sőt, a harang tulajdonságai az öntőműhelyből kikerülve eldőlték. A gyakorlatban találkozni néhány érdekes „megoldással” (például a harang lefestése, amitől a hangja tompa, fakó lesz), ezek azonban nem jellemzőek, és inkább csak rontják a helyzetet. Gyakorlatilag tehát az emberi beavatkozás csak a gerjesztés változtatására szorítkozik.

Másrésről a megvalósított szintézis elve okán változás történik a harang és a gerjesztés kétirányú kapcsolatában is. Az 5.4 fejezetben két módszert fogok mutatni az ütőmodell megalkotására, ebből az első – jelalapú – figyelmen kívül hagyja a harang és az ütő közti interakciókat, míg a második – fizikai modell alapú – pedig figyelembe veszi. Ennek alapján a két típusú szintézisnek – bár mindkettő ugyanazt a harangmodellt használja – a hangszermodellje szétválik az 5.1 ábrának megfelelően.

## 5.3. Harangmodell

Az ebben a fejezetben bemutatott harangmodell a francia IRCAM intézet kutatói által kifejlesztett modális szintézissel áll rokonságban. A módszer alapötlete, hogy a rezgés módusait lecsengő rezonátorokkal szimulálják. Mivel a harang komplex rezgése nagyon jól leírható módusokkal (4.2.1), ezért kínálja magát az ötlet, hogy ezeket a módusokat szimbolizáló rezonátorokat megvalósítva nagyon jó minőségű haranghangot kaphatunk, a rezonátorokat gerjesztő jelet változtatva pedig a harang hangjában különböző effektusokat tudunk megvalósítani. A rendszer felépítéséhez azonban még meg kell válaszolnunk néhány lényeges kérdést.



5.2. ábra. Az őcsényi harang hangjának első 100 ms-ának spektruma

### 5.3.1. Módusok száma

Vizsgálatok során laboratóriumban több mint 140 módust tudtak elkülöníteni, amiket végeselem módszerekkel is megvizsgáltak [12]. Ekkora mennyiségű módus megvalósítása valós időben a mai jelfeldolgozó processzorokon nem lehetséges, ezért kérdéses, hogy hány parciálist kell megvalósítani ahhoz, hogy a szintetizálás élethű haranghangot eredményezzen. A 4.5 ábrán jól látható, hogy a számottevő komponensek száma 10–15, de mivel ez a spektrum az egész hangból lett számítva, a gyorsan lecsengő parciálisok egyáltalán nem értékelhetők, így alaposabban meg kell vizsgálnunk a jelet.

Az 5.2 ábrán a jel első 100 ms-os részletének spektrumát láthatjuk. A 4.5 ábrával összehasonlítva kitűnik, hogy a jel felfutásakor a spektrumban inkább a magasabb és középfrekvenciák a dominánsak, míg a teljes jel viszonylatában az alacsonyabb frekvenciájú komponensek. Ez összhangban áll azzal a képpel, miszerint a magas frekvenciás jelek gyorsabb lefutásúak, és főleg az ütő és a harang ütközésének (a tranziensnek) fémes csengésében játszanak szerepet. Ha élethű hangot szeretnénk, akkor a szintetizálás során nekünk is generálnunk kell ezeket a komponenseket, a sok rezonátor megvalósítása azonban kapacitás problémákat vehet fel. Szintén problémát jelent ezen komponensek paramétereinek meghatározása a nagyon rövid lefutás miatt.

Ha kompromisszumot kötünk, és néhány magasabb frekvenciás parciálist is szintetizálunk, akkor a harangmodellünk megalkotásához elegendő 10–15 rezonátor megvalósítása (a pontos szám a harangtól függ). Ahhoz, hogy a rezonátorainkat a 3.2.1. fejezetben látottak szerint kiszámítsuk szükségünk van néhány paraméterre:

- a jósági tényezőkre
- a körfrekvenciákra
- a kezdőamplitúdókra

A körfrekvenciák eleve a rendelkezésünkre állnak, a jel spektrumából könnyen meghatározhatjuk őket, tehát problémát csak a jósági tényezők és a kezdőamplitúdók kiszámítása jelenti, amire több lehetőségünk is van.

### 5.3.2. Paraméterek meghatározása

Ezen paraméterek meghatározásához szükségünk van a szükségünk van az egyes parciálisok burkológörbéinek számítására. Erre az irodalomban két alapvető módszert találunk. Az első módszer a jel rövid idejű Fourier-transzformációja (STFT). A jelet megfelelően ablakozva és ezekre a diszkrét Fourier-transzformációt elvégezve a spektrum egy-egy időbeli „fényképét” kapjuk. A keresett frekvencia amplitúdóit meghatározva az ablakokban megkapjuk a burkológörbét. A pontosság növelése érdekében érdemes az ablak méreténél nagyobb pontszámú DFT-t alkalmazni. A módszer problémája, hogy kompromisszumot kell kötni a frekvenciabeli és az időbeli felbontás között.

A módszerek másik csoportja nem határozza meg az összes frekvencia amplitúdómenetét, hanem csak az egyes frekvenciák burkolóit, ezért az STFT-hez képest jelentős számításisebesség-növekedés érhető el. Mivel esetünkben a frekvenciák száma nem nagy, ezért célszerű ezen eljárások közül választani. A csoportba két alapszámítás tartozik. Az első, az ún. heterodin szűrés alapelve, hogy a vizsgált komponenset megszorozzuk egy egységnyi hosszúságú komplex forgóvektorral, átteresztjük egy aluláteresztő szűrőn és végül abszolútértékét képezve megkapjuk a jel burkológörbéjét. A másik módszer a Hilbert–transzformáció, mely során a jelet egy sávszűrővel kiválasztjuk a kívánt harmonikust és arra alkalmazzuk a Hilbert–transzformációt, majd az így kapott jel abszolút értékét vesszük.

A MATLAB-ban való könnyű megvalósíthatóság miatt a Hilbert–transzformáció mellett döntöttem. Mivel túlságosan költséges lenne minden egyes komponensre külön-külön szűrőt tervezni, ezért a jelet először lekeverjük DC szint környékére, ezután két előre megtervezett szűrő segítségével szűrjük (majd a számítási idő csökkentésének érdekében a keverés után 32-szeresen decimáljuk). A két szűrőre azért volt szükség, mivel a Hilbert-szűrőt egy FIR szűrővel valósítjuk meg, ezért a 90 fokos fázistolása mellett  $\frac{N-1}{2}$  késleltetéssel rendelkezik, aminek a kompenzálását egy egyező pontszámú FIR szűrővel oldhatjuk meg. A két jel előállítás után abszolút értéket képezzünk belőlük, így megkapjuk a burkológörbét.

Az FFT alapján kiválasztott frekvenciák burkológörbéinek számítása után az egyes görbék természetes alapú logaritmusára (az exponenciális lecsengésekből

így egy egyenes lesz) egy egyenest illeszttek. Az egyenesek meredekségei az exponenciálisok lefutását határozzák meg (ezek a rezonátorok jósági tényezői 3.2.1. fejezet). A rezonátorok számításához még egy paraméter meghatározása szükséges, ez pedig a kezdő amplitúdó. Ezt szintén a burkológörbékkel határozom meg egyszerű maximumkereséssel.

A rezonátorok paramétereinek meghatározása után a komplett harangmodell megvalósításához már csak a harang hangjában lényeges szerepet játszó lebegés megvalósítása van hátra.

### A lebegés megvalósítása

A lebegés megvalósítására két módszer áll rendelkezésre. A hagyományos aditív szintézist megvalósító analóg rendszerekben a tremolót egy amplitúdómodulációval oldották meg, amit mi is megtehetünk. A másik módszer az, hogy a lebegtetni kívánt rezonátort két olyan rezonátorral helyettesítjük, melyek közül az egyik a kívánt  $f_0$  körfrekvencián rezeg, míg a másik ettől néhány Hz távolságban (a jósági tényezője mindkét rezonátornak megegyezik az eredeti rezonátoréval), így a létrejövő jelben az  $f_0$  frekvencia lebegni fog.

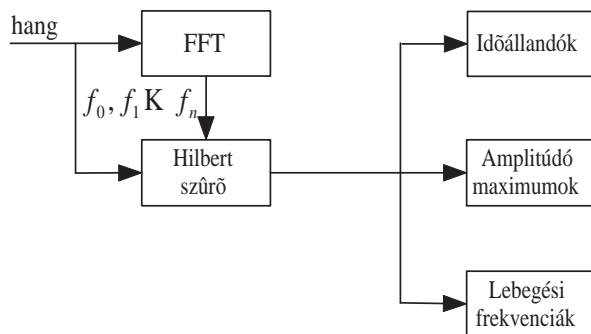
Számítási igény szempontjából a második módszer a hatékonyabb, mivel mindkét esetben létre kell hozni két rezonátort, a modulációs esetben azonban szorzás van az összeadás helyett (bár a moduláló jelet előállító oszcillátor alacsony frekvenciája miatt növelhetjük a mintavételi időt és így jelentősen csökken a számítási igény). A fő indok a második módszer használatára az, hogy jobban megfelel a fizikai képnek, ugyanis a móduselemzés magyarázata szerint a lebegés jelensége két közeli módus megléte miatt lép fel, így én is ezen megoldás használata mellett döntöttem.

A lebegés frekvenciájának meghatározását szintén a jel burkológörbéiből tudjuk származtatni. A pontosabb burkológörbék meghatározása miatt ugyanis a Hilbert-szűrő sávzélessége 20-30 Hz között van, ezért a lebegés 1-5 Hz közötti frekvenciája belapolódik a burkológörbébe. A burkológörbe periodikusságát mérve meghatározhatjuk a lebegés frekvenciáját.

### 5.3.3. Az elkészült modell

Az 5.4. ábrán az elkészült harangmodellt láthatjuk. A lebegést megvalósító kettős rezonátorokat nem választottam külön, hiszen ezek csak logikailag tartoznak össze, a megvalósítás szempontjából minden rezonátor egyforma.

A rezonátorok konkrét megvalósítására a MATLAB *filter* függvényét használtam. A szintézis során a megvalósító függvény a bemenő változóként kapott gerjesztésre adott választ minden egyes rezonátorra kiszámítja, és az eredményeket



5.3. ábra. A harangmodell paramétereinek meghatározása

akkumulálja, majd a  $[-1, 1]$  tartományba skálázza.

## 5.4. Ütőmodell

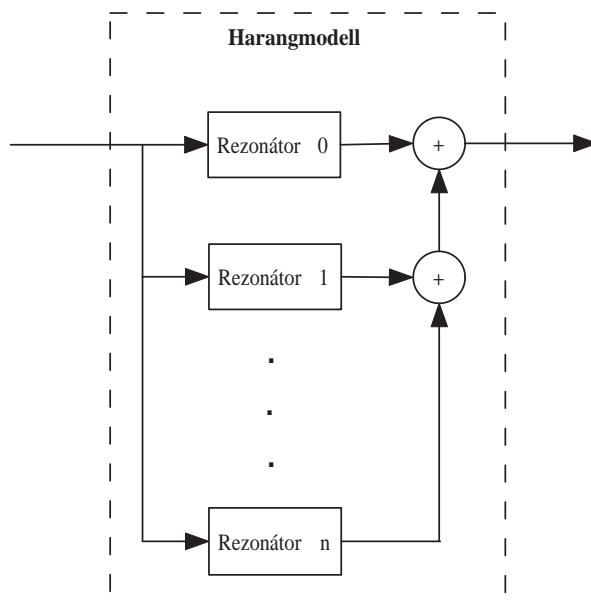
Az élethű hang előállításában nagy szerepe van a harangmodell gerjesztésének. Az általunk mért harang megütési erőjelek alapján először megpróbálom a jelet modellezni és egyszerű generálási szabályokat megfogalmazni. A szakasz második részében áttekintem a fizikai alapú kalapácsmodellek elméletét és ismeretek egy Simulink környezetben megvalósított ütőmodellt.

### 5.4.1. Jelmodell alapú ütő

A harangmodell megalkotása után a gerjesztőjelekkel kezdtem foglalkozni. Előállítására több módszert is kipróbáltam, az első próbálkozások során egy egyszerű *Dirac-impulzust* használtam. Nyilván, így a keletkezett hangzás viszonylag jó minőségű volt, de mivel ebben az esetben nem tudtam befolyásolni a keletkezett hang minőségét, ezért más gerjesztő jeleket kezdtem vizsgálni. A következő lépés természetesen a mért harang erőjelének kipróbálása volt. Az eredmények azt mutatták, hogy ezzel a jellel való gerjesztéskor a tranziens minősége jóval jobb mint a Dirac-impulzus esetében (a megütéskori hang sokkal élesebb, fémszerűbb), ezért a mért jel tanulmányozásának irányába fordítottam a figyelemem.

Mint a 4.3 fejezetben megmutattam az ütőjelben megjelennek a harang magasabb módusokhoz tartozó frekvenciái, az erőjellel való gerjesztés fémes hangzása azt sugallja, hogy az ütközésekkori csattanásért ezek a nagyon rövid idő alatt lefutó, relatíve magas frekvenciájú komponensek a felelősek. Tehát a haranghang megütéskori minőségét befolyásolhatjuk a gerjesztéssel olyan módon, hogy





5.4. ábra. A harangmodell

puha (pl. fa) tárgyakkal való megütéskor a gerjesztésben elnyomjuk a magasabb frekvenciás komponenseket, míg egy kemény tággyal (pl. fém) való megütéskor erősítjük őket. Itt szeretnék visszautalni arra, hogy az előző fejezetben 10–15 rezonátor megvalósítását tűztük célul, akkor azonban, ha megütéskori hangot is szeretnénk minél élethűbben előállítani, akkor ezen magasfrekvenciás komponensek megvalósítását is vállanunk kell. Offline számítás esetében ez nyilván nem jelent problémát, valós idejű szintézis esetén azonban a megnövekvő számítási idő miatt kompromisszumot kényyszerülünk kötni a felvett komponensek száma és a hangminőség között.

A fizikai erőjelhez hasonló típusú jelek előállítására több lehetőségünk is van. Az első megvizsgált jelcsoport a különböző frekvenciájú, exponenciálisan lecsengő szinuszok összege:

$$x(t) = \sum_{i=0}^n e^{\frac{-t}{\tau_i}} \sin(2\pi f_i t) \quad (5.1)$$

Ez a típusú gerjesztőjel teljesítette a várakozásokat, a szinuszok frekvenciáját változtatva lehet a magas vagy mély komponenseket kiemelni, így a hang jellegét változtatni. A próbák szerint nincs túlságosan nagy jelentősége a frekvenciák nagyságának, arra azonban ügyelni kell, hogy lehetőleg ne valamelyik módusra essenek, mert ekkor nagyon megváltoznak a lefutások, és a harang névleges

(érezelt) hangmagassága megváltozik.

A másik típusú gerjesztőjel, amit kipróbáltam, a különböző szűrőkön átbocsátott zaj. Az előző eljárásnál (ha viszonylag sok lecsengő szinuszt kell előállítani) hatékonyabb lehet, ha egy konstans hosszúságú, eltárolt zajt IIR szűrőn átértesztve számítjuk ki a gerjesztőjelet. Különböző szűrőkkel (alul-, felül- és sáv-áteresztőszűrő) így különböző effekteket tudunk megvalósítani.

Mindkét módszer hátránya, hogy a gerjesztő jel paramétereit az egyes harangoknál külön-külön kell számítani, mivel a gerjesztendő frekvenciák máshova esnek. Elviekben megtehető, hogy például az egyes szűrőket a megütés jellegétől és a harang parciálisaitól függően online számítjuk, gazdaságosabb azonban, ha néhány ütés típusnak és hozzá tartozó harangnak előre kialakítjuk a szűrőegyütthatókészletét (amit offline megtehetünk teljesen automatikusan), és csak ezeket az együtthatókat tároljuk (a tárolás sem jelent problémát, mivel IIR szűrő esetén néhány 10 számot kell nyilvántartanunk).

#### **5.4.2. Fizikai modell alapú ütő**

A jelmodell alapú gerjesztések problémája, hogy nem kezelik az egymás utáni leütéseket. Gyakorta előforduló jelenség ugyanis, hogy a zengő harangot megütve a harang hangja a várakozásokkal ellentétben elhal, gyengül. Mivel a jelmodell alapú szintézisnél a két gerjesztés hatása csak szuperponálódik, ezért más jellegű megoldást kell keresnünk. Ezért a jelmodell alapú gerjesztések után a figyelmem a fizikai modell alapú gerjesztések felé fordult, és jelenleg is ezzel a módszerrel foglalkozom, tehát az ebben a fejezetben levő rész mintegy pillanatkép a téma jelenlegi állásáról.

Mivel nincsen pontos fizikai képünk a harangról (csak a módusokat ismerjük) ezért a modell felépítése során bizonyos feltételezésekkel kell éljünk. Mielőtt megfogalmazom az általam elkezdett megvalósítás leírását a kalapácsmodellek általános elméletébe tekintek bele.

#### **Ütőmodellek elméleti áttekintése**

Ütőmodell megvalósítására több elméletet is találunk a zenei akusztika szakirodalmában. A legtöbbet tanulmányozott terület a zongora hangjának fizikai magyarázata, a húr és a kalapács ütközésének elméletét tárgyalja.

A módszerek alapötlete, hogy az ütközést a két test között egy nemlineáris elemmel (rugóval) modellezik. Az ütő nekiütközik a rugónak, amely valamilyen függvény szerint az elmozdulásból számítja ez erőt.

A modellben a rugó paramétereit az ütközésben résztvevő testek tulajdonságaiból vannak származtatva. A legegyszerűbb esetben (ha az ütközési felület kicsi,

pontszerű) az ütközési erő az összenyomás polinom függvénye:

$$f(x(t)) = \begin{cases} k[x(t)]^\alpha & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

A két test ütközik, ha  $x > 0$ , míg  $x \leq 0$  esetben nem. A  $k$  arányszám a rugalmassági állandó, míg az  $\alpha$  kitevő az ütköző felületek kialakításától függ. Mivel ezt a modellt használják a legtöbb esetben a zongora kalapácsmodelljében, ezért rendelkezésünkre áll a kísérleti úton meghatározott  $\alpha$ . A kutatások során értéke 1.5-től 3.5-ig változott a megütés minőségétől (bass, treble) függően.

A valóságosabb modellezés érdekében figyelembe kell vennünk az ütközés során fellépő hiszterézis jelenséget, ui. például a zongora kalapácsa filccel van bevonva, melynek rugalmassága a megütés során változik. Ha kis sebességgel ütjük meg hűrt, akkor a filc puha, míg nagyobb sebességnél megkeményedik [3]. Ebből következően a modellünkben figyelembe kell venni a kalapács ütés előtti sebességét is. A jelenség modellezését Stulov úgy oldotta meg, hogy a megütési erő emlékezési tulajdonsággal rendelkezik. Az ütközést leíró 5.2 egyenletben szereplő  $k$  paraméter időfüggővé válik. A modell helyességét a gyorsulást, sebességet és erőt mérő kísérletekkel igazolták.

Az ütközések fontos szerepet játszanak a robotikában is (pl. robot mozgása nem zárt pálya esetén), ezért érdemes az ott felhalmozott ismereteket is megvizsgálni az akusztikában való felhasználhatóságuk szemszögéből. Marhefka és Orin által megalkotott modell is a robotikából származik, és a következőképpen számítja az ütközéskor fellépő erőt:

$$f(x(t), v(t)) = \begin{cases} kx(t)^\alpha + \lambda x(t)^\alpha v(t) = kx(t)^\alpha (1 + \mu v(t)) & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

ahol  $v(t) = \dot{x}(t)$  a sebesség, míg  $k$  és  $\alpha$  az 5.2 egyenletben is szereplő állandók,  $\lambda$  az erő csillapítása, míg  $\mu = \frac{\lambda}{k}$ .

### A fizikai ütőmodell

A saját modellünk megalkotásához néhány speciális megkötést kell tennünk. Mivel nem áll rendelkezésre a harang pontos modellje – csak egy elvonatkoztatott, elméleti modellünk van –, ezért a harang valamely paraméteréből származtatnunk kell a harang megütési pontjának pozícióját. Erre azért van szükség, mivel a fentebb bemutatott modellek minden nemlinearitásuk ellenére sem képesek a többszörös megütést modellezni, abban az esetben, ha csak az ütő mozog. Tehát a haragnak megfelelő struktúrának is mozognia kell, amihez az egyetlen rendelkezésünkre álló változó maga a hang, ezért felmerül az ötlet, hogy ebből a jelből származtassuk valami módon az elmozdulást, amire találunk példát a szakirodalom-

ban is [16]. Alapesetben a rezonátorstruktúra kimenő jelét – megfelelő jelkondicionálás után – az ütő pozíciójával összegezve képezhetjük az egymáshoz képesti pozíciót. Az ütő pozícióját a rá ható erő kétszeres integrálásával kaphatjuk meg (igazából a gyorsulásból kellene számolnunk, de mivel nem ragaszkodunk a pontos fizikai leíráshoz, ezért tekinthetjük úgy, hogy az ütő tömege egységnyi). A rezonátoros struktúrát gerjesztő jel a kapott erőfüggvény lesz.

Most már majdnem minden információ a rendelkezésünkre áll, hogy megalkossuk a az ütő fizikai modelljét, még egy kérdést kell megválaszolnunk, ez pedig az pozíció-erő nemlineáris függvényének megadása, egyszerűsége miatt a [3]-ben is alkalmazott, a nemlinearitást legegyszerűbben megvalósító 5.2 egyenlet mellett döntöttem.

A nemlinearitás miatt nehéz a a differenciálegyenletet megvalósító numerikus algoritmusok megírása, ezért a jelenlegi kísérletezési fázisban a megvalósítást MATLAB környezetben Simulink alatt készítettem el, mert így könnyen és gyorsan lehet a paramétereket változtatni és a hatásukat próbálni. A megfelelő paraméterek megtalálása után elviekben ez a modell megvalósítható a jelfeldolgozó processzoron is.

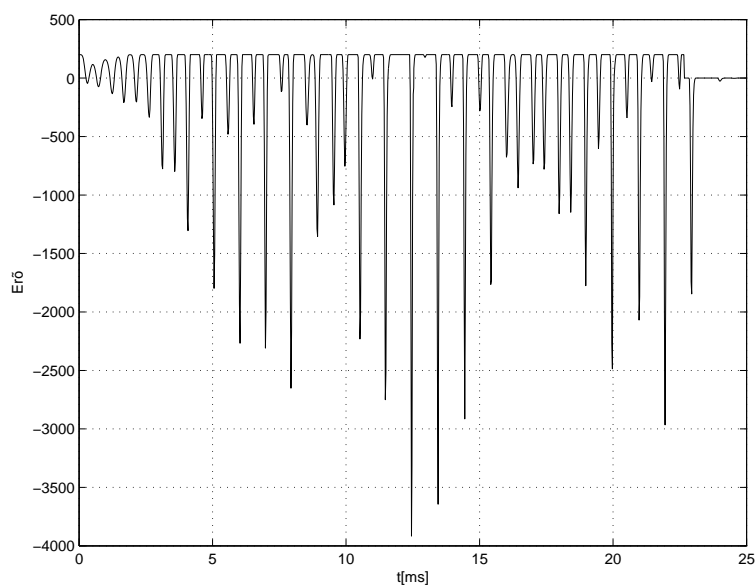
## A Simulink modell

Az 5.6. ábrán a Simulinkben megvalósított ütőmodellt láthatjuk. A szaggatott vonallal körülvett rész az 5.3 fejezetben bemutatott harangmodell. A rezonátorstruktúrából kilépő jel amplitúdó – a megfelelő jelszint beállítás érdekében elvégzett korrekció után – összeadódik az ütő pozíciójával. A *DeadZone1* elem levágja a  $x < 0$  részeket, ezzel valósítjuk meg azt, hogy ne lépjen fel erő akkor, ha az ütő és a harang nem ér össze. Az egységből kilépő jel a nemlineáris  $F = k[x(t)]^\alpha$  függvényt megvalósító egységbe kerül, majd összeadódik a gerjesztő erőt szolgáltató *Pulse Generator* jelével. Az erőjelet ezután kétszer integrálva (*Integrator*, *Integrator1*) megkapjuk az ütő pozícióját.

Mivel az ütőre akkor is hat erő, ha nem ér a két tárgy össze, ezért még el kell döntenünk, hogy a két test érintkezésben van-e. Ezt úgy oldottam meg, hogy a *Relay* egység kimenő jelét – melynek értéke  $y = 1$ , ha  $u > 0$  egyébként  $0$  – összeszorozom az erőjellel. Ez a jel gerjeszti a rezonátoros struktúrát.

## Eredmények

A ?? ábrán egy az ütőmodell által előállított erőjelet láthatunk. Az ábrán megfigyelhető, hogy kialakulnak a többszörös megütések, ami biztató a további kísérletek szempontjából. A modellben fontos  $k$  és  $\alpha$  változókat hangolva változik a hang is.



5.5. ábra. Az ütőmodell által előállított erőjel

## 5.5. Dinamikai modell

A haranghangzás élethű eléréséhez mindenképpen meg kell valósítanunk a lengő harang szimulációját.

### A mozgást leíró differenciálegyenlet

A lengő harangot – bizonyos egyszerűsítő feltételekkel – az 5.7. ábrán látható fizikai ingaként tekinthetjük. A fizikai inga egyenlete:

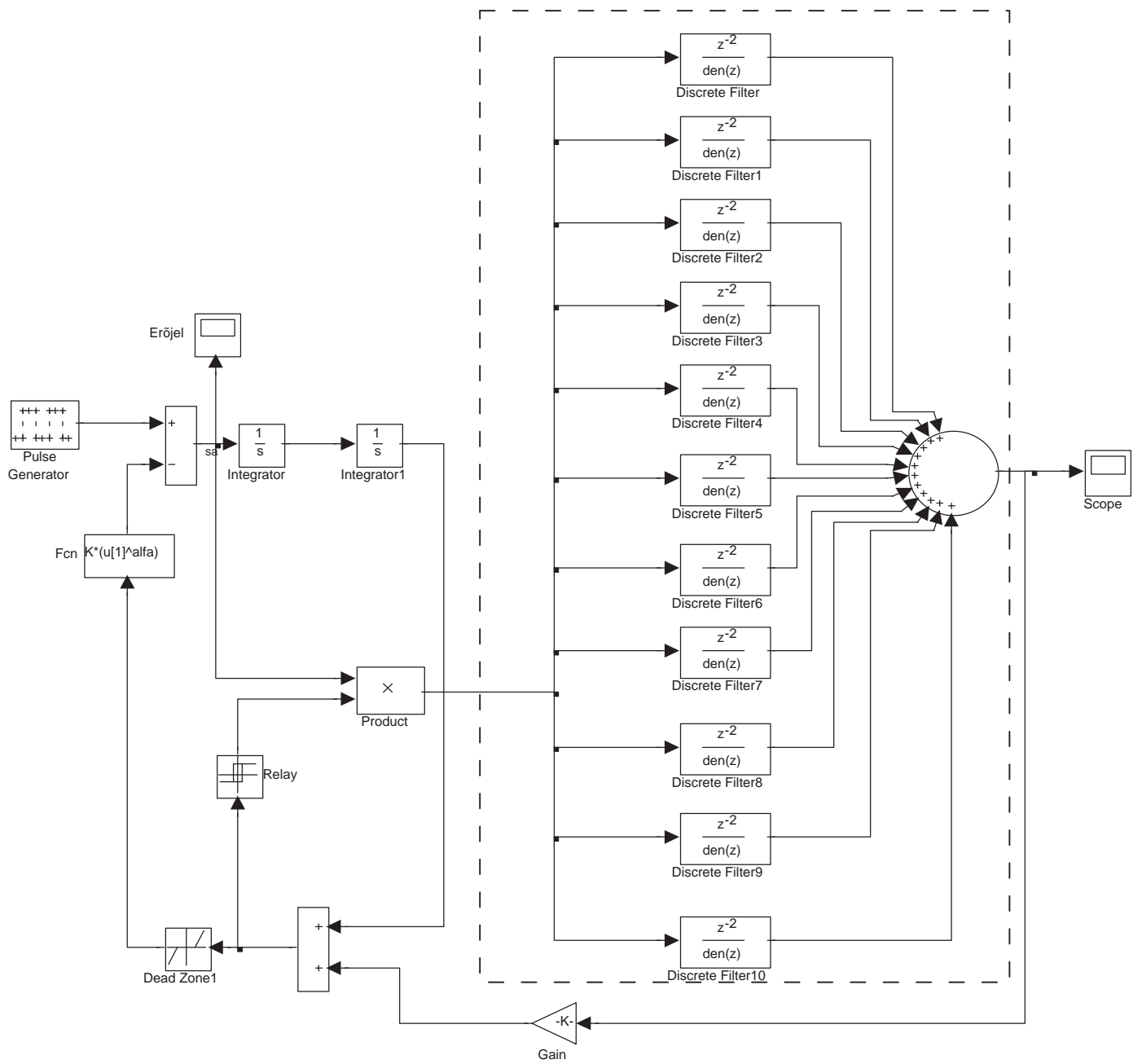
$$\theta\ddot{\phi} + k\dot{\phi} + Mgl \sin \phi = 0 \quad (5.4)$$

Ahol  $\phi$  jelenti az inga szögét, és a  $(\cdot)$  jelöli az idő szerinti deriváltat. Két kezdeti feltétel van:

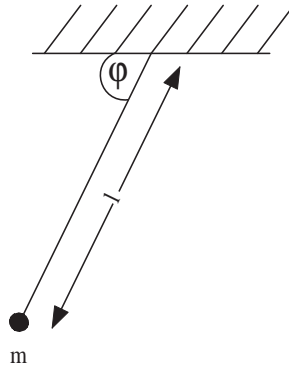
$$\begin{aligned} \phi(0) &= \phi_0 \\ \dot{\phi}(0) &= \omega_0 \end{aligned}$$

Az egyenletben  $\theta$  jelenti az inga tehetetlenségi nyomatékát a felfüggesztési pontra,  $k$  a csillapítási tényezőt,  $m$  az inga tömegét,  $l$  az inga hosszúságát, míg  $g$  a nehézségi gyorsulás. A csillapítási tényező  $k$  megállapítása viszonylag bonyolult, de létezik közelítés csapágy esetén (ami elfogadható megszorítás harangok esetén):

$$k = 0.02M \sqrt{\frac{g}{l}} \left[ \frac{kg}{s} \right]$$



5.6. ábra. Az ütőmodell Simulink megvalósítása



5.7. ábra. A fizikai inga modellje

A  $\theta$  tehetetlenség nyomatékot az alábbi módon fejezhetjük ki:

$$\theta = Ml^2$$

A nem megfelelő gerjesztés miatt – az egyenlet nemlineáris jellegből következően – gyakran bifurkáció (periódus kettőződés) léphet fel, ami a valós harangoknál is előforduló jelenség. Általánosnak tekinthető a kettős periódussal rendelkező (egy nagy lengés, egy kicsi) harangzás. Több haranghang vizsgálata során tapasztaltak szerint azonban jó minőségű haranghang szintézishez *nem szükséges* ennek a jelenségnek a figyelembevétele, ezért egyszerűsítésekkel tudunk élni. A bonyolult differenciálegyenlet megoldása helyett egy szinusz előállítással, és egy 1-hez tartó jel előállításával képesek vagyunk a jelenséget jól közelíteni (az 5.8. ábrának megfelelően):

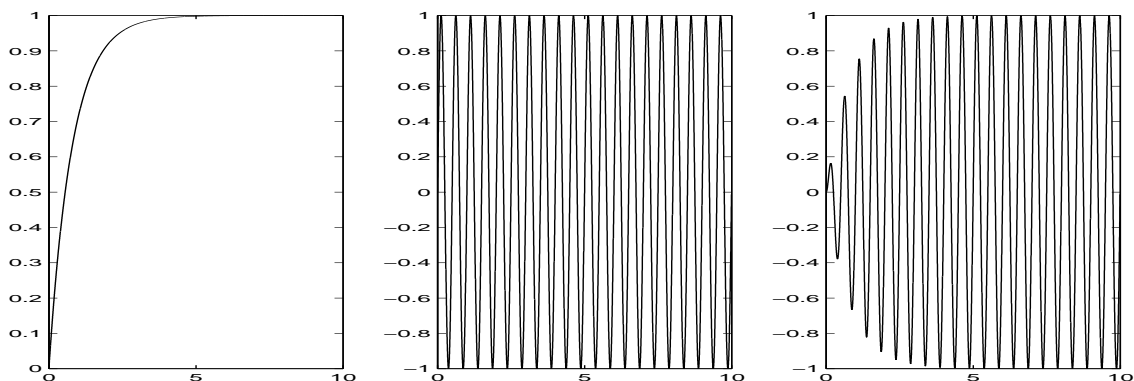
$$y_l = e^{-\frac{t}{\tau}} \sin 2\pi\omega t \quad (5.5)$$

A szinuszjel előállítása nem jelent problémát, míg az 1-hez tartó jelet könnyen számíthatjuk egy egyetlen valós pólust tartalmazó rendszerből.

### A lengés hatása

Miután modellt állítottunk fel a lengés fizikai leírására, meg kell adnunk az összefüggést a lengés és a hallott hang között. A szakirodalomban nagy fejezetet alkot a hallott hang és a hangforrás fizikai elhelyezkedésének tárgyalása [6], de kísérletek után egy egyszerű modell mellett döntöttem. A

$$y(t) = y_h(t)(1 - Ay_l(t)) \quad (5.6)$$



5.8. ábra. Egyszerű lengésmodell

ahol  $y_h(t)$  a harangmodell kimenete, míg  $y_l(t)$  a lengést megvalósító részrendszer kimenete. Az egyenlet alkalmazásával egy DC 1 szintre eltolt szinuszszal moduláljuk a harangmodell kimenetét. Nyilván a harangmodell gerjesztésének triggerjelét az  $y_l(t)$  függvénnyel szinkronban kell generálnunk, különben a hallott hang nem lesz élethű. Ideális esetben harangozáskor az ütő a harangot a lengés felső holtponjának pillanatában üti meg, ezt modellünkben könnyen szimulálni tudjuk.

## 5.6. Összefoglalás

Ebben a fejezetben modellt állítottam fel harang hangjának szintetizálására. Az első részben megindokoltam, hogy miért célszerű a harang hangját un. pseudo-fizikai szintézissel előállítani, és a választott modell paramétereinek megadását és a modell felépítését taglaltam. A fejezet második részében a hang szempontjából nagyon lényeges megütéssel és modellezéssel foglalkoztam. Két megvalósítási lehetőséget vizsgáltam, melyek közül az elsőként bemutatott jelmodell alapú gerjesztőjel paraméterezése egyszerű, számítása kis kapacitást igényel, viszonylag jó minőségű hangot eredményez, ugyanakkor nehéz a többszörös megütés jelenségét leírni vele. A másodikként bemutatott fizikai alapú ütőmodell elviekben alkalmas lehet ennek kezelésére, az elvonatkoztatott harangmodell miatt azonban nehéz fizikai megfeleltetést találni az egyetlen rendelkezésre álló változónk – a hang – és az ütőmodell által igényelt pozíció között. Jelen pillanatban a dolgozat célkitűzésében szereplő valósídejű megvalósításra a fizikai alapú ütőmodell nem alkalmas, viszont mindenképpen további tanulmányozást igényel.



## 6. fejezet

# Összefoglalás

Dolgozatomban egy bonyult, fizikailag nehezen jellemezhető hangszer, a harang hangjának szintézisére vállakoztam, mely feladat teljesítése – még ha van is mit fejleszteni – sikerült.

A dolgozat első részében áttekintette az általánosan elterjedt szintézis technikákat, majd részletesen kifejtett két olyan fizikai szintézis módszert – a modális szintézist és a waveguide-ot – amelyek alkalmasak lehetnek a harang hangjának előállítására. A következő fejezetben a harang fizikájával foglalkozott és megpróbálta azokat az ismereteket összefoglalni, amelyek fontosak a létrejövő hang szempontjából. Ismertette az általunk végzett méréseket, mely során igazoltuk a szakirodalomban található információk helyességét.

A harang hangjának szintézisével foglalkozó részben részletezte a harang modális szintézisen alapuló modelljét, bemutatta a paraméterek meghatározásának módszerét. A harang hangját nagyban befolyásoló gerjesztőjelek előállítására két módszert ismertetett. Az első a méréseink során rögzített erőjel jellemzőit igyekszik utánozni, amire több lehetséges módszer is részletez, míg a második a szakirodalomban nagy hangsúlyt kapó kalapácsmodell lehetséges alkalmazásait taglalja. A fejezet végén a haranghangzást életszerűvé tevő lengés kérdéseivel foglalkozik, és bemutat egy egyszerű modellt, melynek segítségével elfogadhatóan lehet ezt a hangzást megszólaltatni.

# Irodalomjegyzék

- [1] J.-M. Adrien, The Missing link: Modal synthesis. In G. De Poli, A. Piccialli, and C. Roads, editors, *Representation of Musical Signals*, chapter 8, pages 269-297. MIT Press, Cambridge, 1991
- [2] G. De Poli, A. Piccialli, C. Roads, *Representation of Musical Signals*, MIT Press, Cambridge, 1991
- [3] Bank B., Nagy A., *Zongora- és hegedűhang szintézisének lehetőségei*, TDK dolgozat, BME Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék, Budapest, 1999
- [4] J. M. Chowning, *The Synthesis of Complex Audio Spectra by Means of Frequency Modulation*, J. Audio Eng. Soc., Vol 21, pages 526
- [5] G. Essl, *Physical wave propagation modeling for real-time synthesis of natural sounds*, doktori disszertáció, Princeton University, 2002
- [6] N. H. Fletcher, T. D. Rossing, *The Physics of musical instruments*, Springer Verlag, New York, 1998
- [7] M. Grutzmacher, W. Kallenbach, and E. Nellessen, *Acoustical Investigations on Church Bells*, in *Acoustics of Bells*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1984.
- [8] Márkus J., *Orgonasípok hangjának jelmodell alapú szintézise*, diplomaterv, BME Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék, Budapest, 1999
- [9] K.W. Ng, T.T. Huan, *Investigation of bell clappers behaviour on bell sound*, diplomaterv, The University of Adelaide, 2001
- [10] R. Perrin, T. Charnley, H. Banu, T. D. Rossing, *Chladni's law and the modern english church bell*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 102(1), pages 11-19, 1985

- [11] Lord Rayleigh, *On Bells*, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, Fifth Series, Vol. 29, No. 176, January 1890
- [12] T. D. Rossing, R. Perrin, *Vibrations on bells*, Applied Acoustics, Vol. 20, pages 41-70, 1987
- [13] T. D. Rossing, *The science of sound*, Addison-Wesley, 1990
- [14] J. O. Smith, *Synthesis of bowed strings*, Proceedings of the 1982 International Computer Music Conference, 1982
- [15] J. O. Smith, *Physical Modeling Using Digital Waveguides*, Computer Music Journal, Vol 16(4), pages 74-91, 1992
- [16] D. Rocchesso, F. Fontana (editors), *The Sounding Object*, Project Sob, 2003. URL: <http://www.soundobject.org>
- [17] W. Westcott, *Bells and Their Music*, G.P. Putnam, New York, 1970
- [18] <http://www.belltron.com/>
- [19] <http://www.vanbergen.com/ren.html>
- [20] <http://www.hibberts.co.uk/>
- [21] <http://www.yamahasynth.com/>

# A. Függelék

## Mérések

### A.1. A mérés jellemzői

- A mérés helye: BME Méréstechnika és Információs Rendszerek DSP Labor
- A mérés ideje: 2003. június eleje

### A.2. Felhasznált eszközök

Eszköz	Típus
erőmérő kalapács	Brüel&Kjær Type 8200
mikrofon	általános kondenzátor mikrofon
digitális oszcilloszkóp	LeCroy WaveRunner LT342
8 csatornás adatgyűjtő	Fostex D-108
kétsatornás erősítő	Ariel ProPort M656

### A.3. A mérési körülmények

A mérés során az erőmérő és a mikrofon jelét a kétsatornás erősítő bemeneteire kapcsolódott, melynek kimeneteit a 8 csatornás adatgyűjtő rögzítette. Az erősítő kimenete a digitális oszcilloszkóphoz is kapcsolódott, hogy az erősítést állíthassuk, mivel a kalapács erőjelei túlvezérelhették az adatgyűjtő bemenetét.