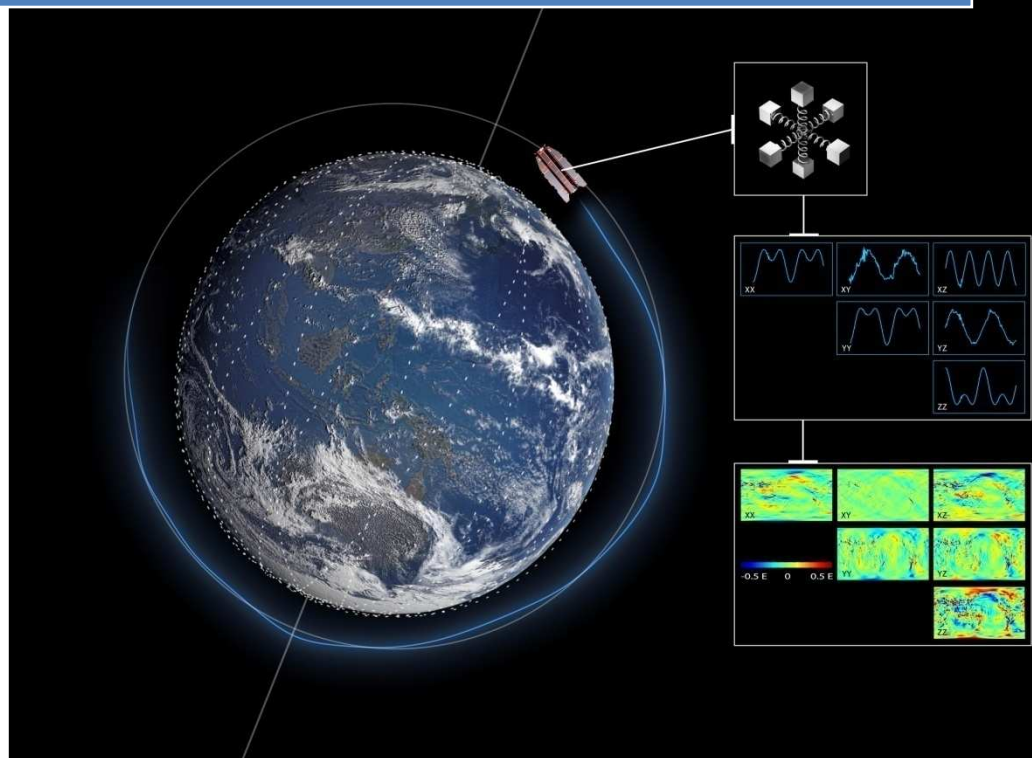


A GOCE műhold nyers gradiens méréseinek spektrális szűrése



Konzulensek:

Dr. Földváry Lóránt, adjunktus

BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék

Dr. Sujbert László, docens

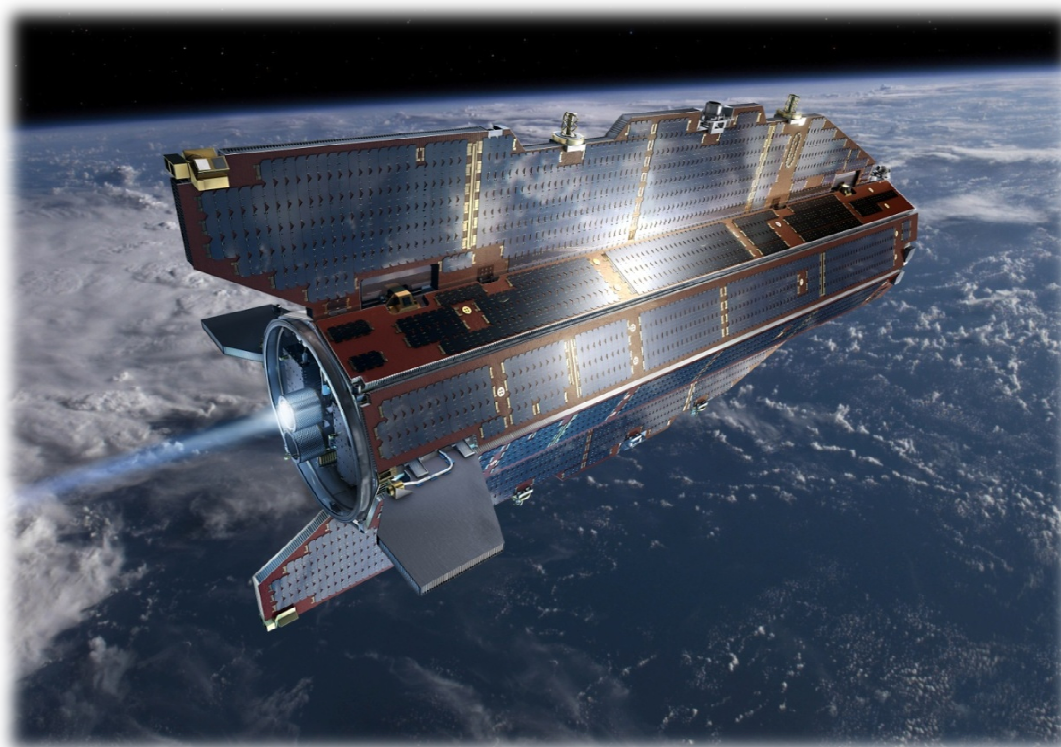
BME Méréstechnikai és Információs Rendszerek
Tanszék

Polgár Zsuzsanna
Tudományos Diákköri
Konferencia 2010.

Tartalom

1. A GOCE küldetése.....	3
2. Nehézségi térerősség a Föld felszínén	4
3. A műhold pályája.....	5
3.1. A pálya kialakítása és fenntarthatósága.....	5
3.2. A pálya, mint mérési mennyiség	6
4. A gravitációs gradiens mérésének eszköze és elve	8
4.1. A GOCE gradiométere	8
4.2. A gradiométer mérési elve	8
4.3. A gravitációs gradiens, mint mérési mennyiség.....	10
5. Előfeldolgozás.....	12
5.1. A nyers adatok feldolgozásának alaprendszere	12
5.2. Vonatkoztatási rendszerek.....	13
5.3. Az HPF által szolgáltatott adatok rendszere.....	15
5.4. Interpoláció	16
5.5. Forgatások.....	16
6. Spektrális szűrés	17
6.1. A digitális szűrők általános ismertetése	17
6.2. Szűrőtervezés	18
6.3. Szűrőkarakterisztikák összehasonlítása.....	30
6.4. Az értékes adatok	33
7. Értékelés.....	42
Irodalomjegyzék	43

1. A GOCE küldetése



1. ábra. A GOCE műhold (Forrás: [ESA honlap])

A 2009. március 17-én pályára állított GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) az első műholdas küldetése az Európai Űrügynökség (ESA - European Space Agency) „Living Planet” nevet viselő programjának (1. ábra). A program fő célja a napjainkban zajló éghajlatváltozások okának meghatározása, esetleges későbbi katasztrófák megelőzése a veszélyt jelentő folyamatok előrejelzésével. A GOCE szerepe ebben egy részletes felbontású és nagy pontosságú nehézségi erőter modell előállításában, melyet a későbbiekben referenciaként használhatnak az éghajlatváltozások következtében a Föld nehézségi erőterében tapasztalható térbeli és időbeli változások meghatározása során. Egyes éghajlatot befolyásoló jelenségek tömegátrendeződésekkel járnak, amelyekre a nehézségi erőter referenciától való eltéréséből lehet majd következtetni. A GOCE feladata tehát bolygónk gravitációs terének minden eddiginél pontosabb és nagyobb térbeli felbontású feltérképezése.

2. Nehézségi térerősség a Föld felszínén

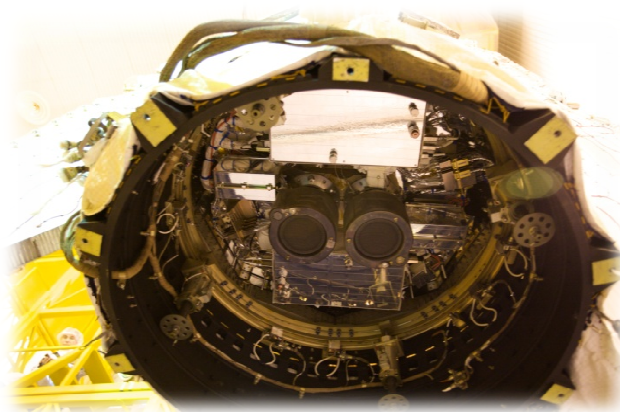
A nehézségi térerősség a Föld felszínén $9,78$ és $9,83 \text{ m/s}^2$ között pontról pontra változik. A térerősség eltérését az alapvető értéktől sok tényező együttese okozhatja. Az eltérések egyrészt a Föld forgása következtében fellépő centrifugális gyorsulásnak tudhatók be. Emellett a Föld forgása közvetetten is hat a nehézségi erőterre, ugyanis a forgás hatására a gömb alak kissé lapul, ellipszoidhoz közelít, így kisebb távolságra kerül a Föld középpontjától a sarkoknál a felszín, mint az Egyenlítőnél. Kisebb mértékben a földfelszín jelentős egyenetlenségeinek (magas hegyek, mélytengeri árkok) is szerepe van a nehézségi erő változásában. A Föld belsejében sem egyenletes a tömegeloszlás, nem csak a kéreg és a köpeny határfelülete egyenetlen, hanem ezen rétegeken belül az anyag is inhomogén. Példa erre a petróleum, az ásványi üledékek és a víz természetes földalatti felhalmozódása.

A nehézségi térerősség mindemellett időben is változik. Az óceánok szintjének emelkedése, a jégtakaró mozgása és a dinamikus tömegátrendeződések, mint például vulkánkitörések, földrengések, földcsuszamlások is képesek megváltoztatni a nehézségi erőteret. Csekély mértékben ugyan, de a magas épületek és jelentősebb földkiemelések (pl. metróépítés) is hatással lehetnek a nehézségi erőterre.

3. A műhold pályája

3.1. A pálya kialakítása és fenntarthatósága

A megfelelő feltérképezés egyik feltétele a műholdpálya megfelelő magassága. A GOCE az eddigi legalacsonyabban keringő mesterséges hold, a pálya minimális magassága csupán 254,9 km. Ez azonban megoldandó problémákat is felvet ([Frey, 2009]): ugyanis ilyen magasságban még nem elhanyagolható a légkör felső ritka rétegének fékező hatása, vagyis közegellenállása. A mérések pontosság azonban megkívánja, hogy a műhold a „tökéletes szabadesés” állapotában legyen teljes élettartama során. A fékező hatás kiküszöbölése érdekében a tervezőmérnökök igyekeztek áramvonalas műholdtestet kialakítani, valamint ionhajtómű-rendszer beszerelésével biztosították a nem kívánt hatások ellensúlyozhatóságát (2. ábra).



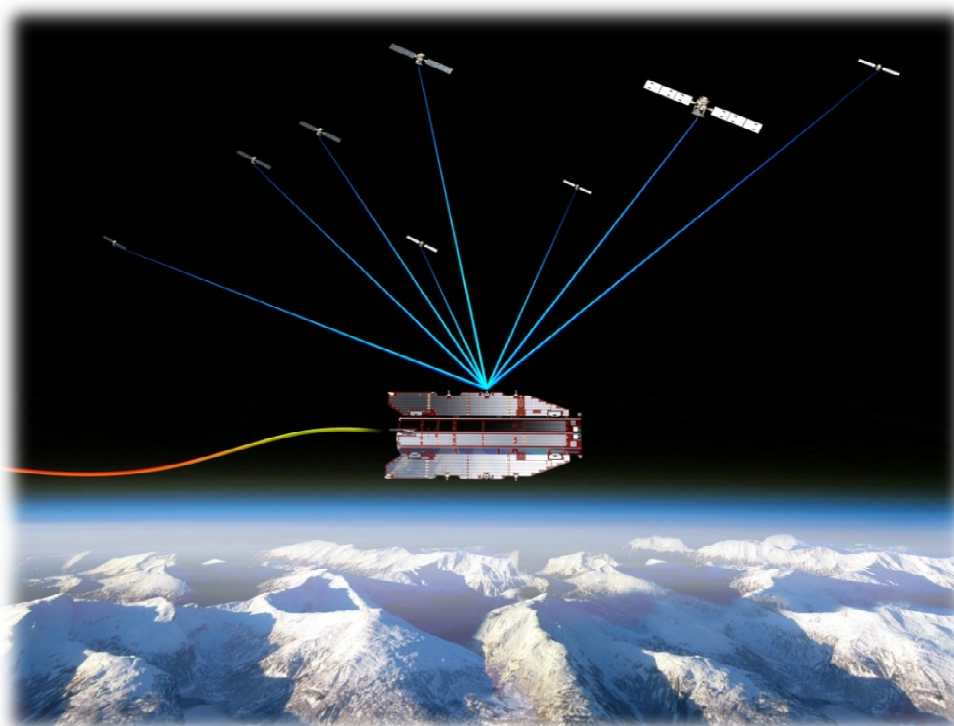
2. ábra. A GOCE ionhajtómű rendszere (Forrás: [ESA honlap])

A finom tolóerőt az elektromos térben nagy sebességre felgyorsított xenon ionok adják, miközben elhagyják a műholdtestet. Az elérhető erőhatás nagysága 1 és 20 mN között változhat. Az ionok felgyorsításhoz szükséges energiát a műhold külső borításának Nap felé néző oldalát szinte teljesen lefedő napelemek gyűjtik össze (1. ábra). Az ionhajtómű-rendszer nemcsak a mérések pontossága szempontjából fontos, hanem a műhold végleges működési ideje is ettől függ. Ugyanis ha a xenon mint üzemanyag kifogy, a rendkívül alacsony pálya tarthatatlanná válik, és a GOCE a légkör sűrű részébe jutva hamar megsemmisül. Ennek tudatában a mérések legfeljebb 2014-ig lesznek értékelhetőek. A projekt meghosszabbításának technikai lehetősége jó előrelátásról tanúskodik, mivel bár hivatalosan a projektet 20 hónapra

tervezték, a műhold eddigi kiváló működése miatt az ESA a további üzemeltetés lehetőségeit vizsgálja ([Flobberghagen, 2010]).

3.2. A pálya, mint mérési mennyiség

A GOCE keringését jelentős mértékben befolyásolják a nem konzervatív erők (atmoszférikus fékezés, Nap sugárnyomása, Földről származó sugárzás, stb.). Ezen erők disszipatív erők lévén a műhold energiaszintjét következetesen csökkentik, ezért függetlenül a nagyságuktól kiküszöbölésükről gondoskodni kell. Ez megoldható közvetlen úton a pálya valós idejű korrekciójával az előzőekben leírtak szerint. Ennek folyamánként a GOCE pályája egy szabadesés állapotában mozgó test nyomvonalát mutatja. A pálya ebben a formában a nehézségi erőtér hatásait tükrözi, ezért önmagában is hasznos mérési mennyiség. A kellő pontosságú méréshez nagy pontosságú GPS-vevők szükségesek a műhold fedélzetére. [Földváry, 2005] alapján: A GOCE esetében a pálya meghatározása GPS-műholdakra végzett magas-alacsony SST (Satellite-to-Satellite Tracking) eljárással történik (3. ábra).



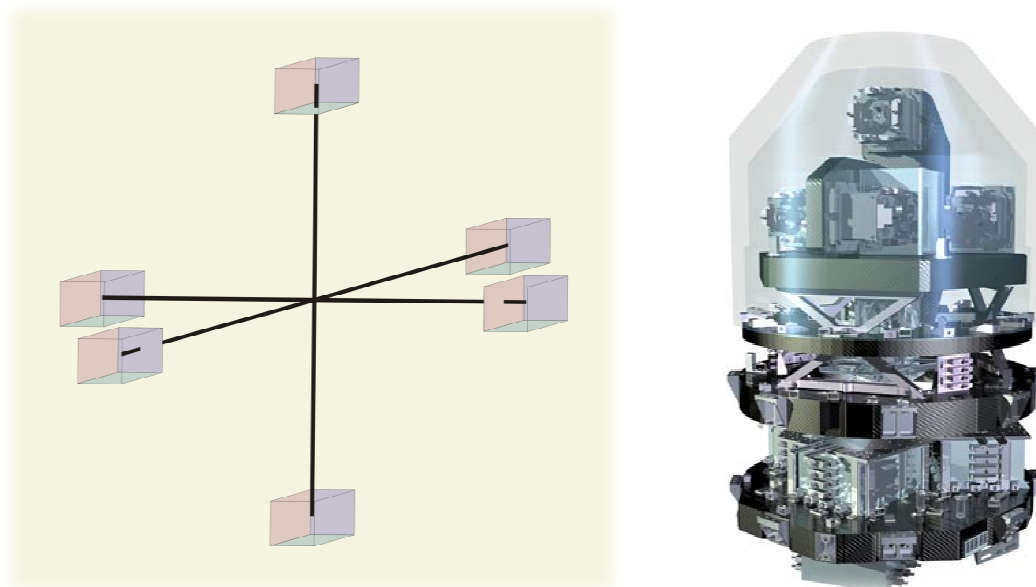
3. ábra. A GOCE magas-alacsony SST rendszerének elvi felépítése (Forrás: [ESA honlap])

A műhold-műhold követés (SST) során mindig távolságkülönbség méréséről van szó két egymástól közel állandó távolságra lévő műhold között. A magas pályájú műhold szerepét a kb. 20 ezer km magasságon keringő, a GOCE-nál lényegesen stabilabb pályájú GPS műholdak töltik be. Az alacsony pályájú műhold (LEO -Low Earth Orbiter) ebben az elrendezésben pedig maga a GOCE. A pálya egy koordinátája legalább négy, (de a gyakorlatban LEO-k esetében ez minden esetben jóval több), az adott pillanatban a LEO „látókörbe” eső GPS-műholdtól mért távolság segítségével határozható meg.

4. A gravitációs gradiens mérésének eszköze és elve

4.1. A GOCE gradiométere

Az előzetesen kitűzött célok eléréséhez 100 kilométernél jobb fél hullámhosszú térbeli felbontással 1mGal pontosságú gradiens, illetőleg 1-2 cm pontosságú geoid meghatározása szükséges. Ez csak kifinomult érzékelő rendszerrel valósítható meg. A GOCE fedélzetén egy eddig nem látott pontosságú gravitációs gradiens mérésre szolgáló műszert, egy háromtengelyű gradiométer helyeztek el.



4. ábra. A gradiométer elvi és beszerelt állapotbeli felépítése (Forrás: [Földváry, 2010])

Felépítését tekintve 3 pár egymásra merőlegesen elhelyezett háromtengelyű gyorsulásmérőből áll (4. ábra). Azaz elképzelhető három egytengelyű gradiométer merőleges elrendezéseként, ahol az x tengely a műholdpálya pillanatnyi érintője, a z tengely az adott pontba húzott sugár irányvektorával párhuzamos, az y tengely a másik két tengelyre merőleges. Egy-egy irányban a karok 50 cm hosszúak.

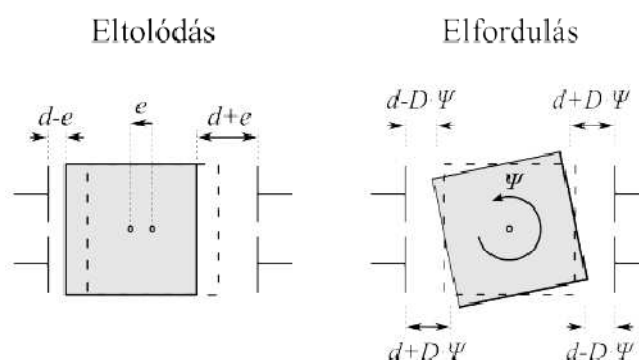
4.2. A gradiométer mérési elve

A GOCE gradiométere kapacitív feszültségmérés elvén alapuló módszerrel méri a gyorsulásokat, mivel ez a módszer alkalmas a legkisebb változások detektálására is. Ha egy síkkondenzátort vizsgálunk, akkor két párhuzamos lemezére ellentétes előjelű feszültséget kapcsolva a lemezek között töltésszétválasztódás és elektromos

tér jön létre, aminek következtében a két lemez között erőhatás jelentkezik. Ennek nagysága befolyásolható a kondenzátorra kapcsolt feszültségnek (U), a két lemez távolságának (d), a két lemez egymással szemben álló felületének (A), illetve a két lemez közötti anyag permittivitásának (ϵ) megváltoztatásával:

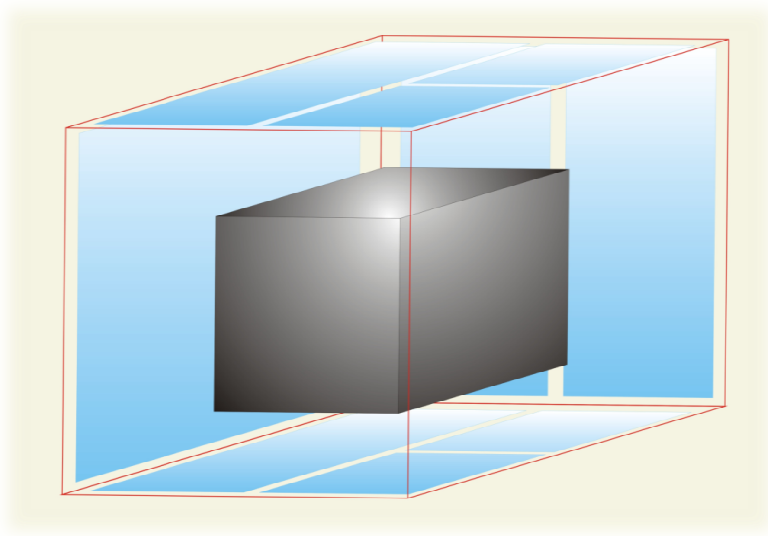
$$F = \frac{1}{2} \cdot \epsilon \cdot A \cdot \left(\frac{U}{d}\right)^2. \quad (1)$$

Ezt használták ki a GOCE fedélzetén lévő gyorsulásmérők esetén is. Egy gyorsulásmérő egy vákuumkamrának felel meg. A kamra falait belülről a tér három irányában kondenzátorlemezek borítják. Az ezek között elhelyezett testet a kondenzátorlemezekre adott megfelelő feszültség beállításával a kamra középpontjában lebegő állapotba hozták. Így az (1) egyenlőségnek megfelelően biztosították a vákuum jelenlétével az állandó permittivásértéket, a megfelelő feszültség segítségével a kamra középpontjában történő lebegtetéssel pedig a kezdetben az oldalaktól páronként egyenlő távolságot, vagyis d értéket. A lemezek felülete szintén állandónak tekinthető a műhold élettartama során. Tehát ismert az erőhatás, ami egyensúlyban tartja a testet. Erre épül maga a mérési elv. A műholdra mozgása során különböző eredetű külső erők hatnak, melyek kitérítik a testet ebből az egyensúlyi állapotból, és amelyeknek meghatározása a cél. Az erőhatások következtében a test a vákuumkamrán belül eltolódásokat és elfordulásokat végez, melyek során d értéke megváltozik (5. ábra).



5. ábra. Eltolódás, illetve elfordulás hatása a test és a lemezek távolságára (Forrás:[Laky, 2007])

Ahhoz, hogy a kezdeti egyensúlyi állapot visszaálljon, a lemezekre működő feszültségeknek is megfelelően követniük kell a távolságok változását. Tehát a rendszer méri az elmozdulás hatására létrejövő feszültségváltozást, majd ennek megfelelően változtatja az egyes lemezekre adott feszültségeket. Ezt nevezzük visszacsatolásos vezérlésnek. Ahhoz, hogy az eltolódások (lineáris gyorsulások) mellett az elfordulások (szöggyorsulások) is érzékelhetőek legyenek 6 pár kondenzátorlemezből alakították ki a rendszert (6. ábra).



6. ábra. A gyorsulásmérő elvi felépítése a kondenzátorlemezek elhelyezkedésével
(Forrás: [Földváry, 2010])

Összességében tehát a vizsgált erőhatásokra a szabályozó rendszer által adott visszatérítő feszültségekből következtethetünk. Részletesebben [Laky, 2007].

4.3. A gravitációs gradiens, mint mérési mennyiség

Az eddigi gravimetriai műholdaknál (CHAMP, GRACE) jellemzően indirekten, a pálya második deriváltjaként kaptuk a gyorsulást. A GOCE esetében a gradiométer beépítésével lehetővé vált, hogy differenciális gyorsulásmérést használjunk. A megvalósított gradiométeres meghatározás azon alapul, hogy a Föld körül keringő műholdnak csak a tömegközéppontja esik szabadon, tehát két különösen elhelyezett pontján gyorsulásokat mérve a két pont közti vektor irányába eső gyorsuláskülönbségek meghatározhatók. Így közvetlenül megkapjuk a főátlóra szimmetrikus Eötvös-tenzor elemeit ([Laky, 2007]):

$$E = \frac{1}{d} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_{x2} - \gamma_{x1} & \gamma_{y2} - \gamma_{y1} & \gamma_{z2} - \gamma_{z1} \\ \gamma_{x4} - \gamma_{x3} & \gamma_{y4} - \gamma_{y3} & \gamma_{z4} - \gamma_{z3} \\ \gamma_{x6} - \gamma_{x5} & \gamma_{y6} - \gamma_{y5} & \gamma_{z6} - \gamma_{z5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{bmatrix} + \underline{\underline{\Omega}} + \underline{\underline{\dot{\Omega}}},$$

ahol d a két gyorsulásmérőt összekötő kar hossza, γ_{ij} a j -edik gyorsulásmerő i tengelyén mért gyorsulás, $\underline{\underline{\Omega}}$ és $\underline{\underline{\dot{\Omega}}}$ a műhold forgása és szöggyorsulása miatti korrekciók. A szimmetria könnyen belátható: az x tengelyen elhelyezkedő gyorsulásmérő által y irányban mért gyorsulás megegyezik az y tengelyen elhelyezkedő gyorsulásmérő által x irányban mért gyorsulással, mivel azonos erőhatás működik az adott irányokban és egyenlő távol helyezkednek el a tömegközépponttól. Ez a többi gyorsulásmérőre is igaz, tehát a gradiens értékeket tenzorba foglalva, az a főátlójára szimmetrikus lesz. A gradiens értékek pontossága két tengely mentén $10^{-12} \text{ ms}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$, a harmadik tengely kisebb érzékenységgű. Az Eötvös-tenzor főátlójában elhelyezkedő három gradiens (V_{xx} , V_{yy} , V_{zz}) és V_{xz} értéke nagy pontossággal meghatározott, míg V_{xy} és V_{yz} értéke kisebb pontosságú. Ez a gradiométer felépítéséből adódik. Szintén ebből adódik, hogy a műszer rendkívüli pontossága csak egy bizonyos, előre definiált mérési sáv szélességen (MBW-measurement bandwidth) belül valósul meg. Tehát itt tudjuk elválasztani a gravitáció és az egyéb terhelő erők hatását, azaz értékes eredményeket csak ebben a frekvenciatartományban nyerhetünk. A fejlesztők által előre meghatározott mérési frekvenciatartomány 5 mHz-től 100 mHz-ig terjed.

5. Előfeldolgozás

5.1. A nyers adatok feldolgozásának alaprendszere

A GOCE által észlelt nyers adatok hivatalos feldolgozását röviden [Gruber et al., 2009] alapján ismertetjük. Az Európai Űrügynökség (ESA) létrehozott egy alaprendszer, ami az észlelt adatok ("Level 0") előkészítését és feldolgozását végzi. A folyamat eredménye az úgynevezett "Level 2" szintű adat. A "Level 2" adatok már pontos pálya, gradiens és térerősség modell előállítására alkalmasak, minőségi jelzőbiteket tartalmaznak. Ezek az adatok érhetőek el nyilvánosan és használhatók fel további kutatásokra. A rendszer 4 fő eleme:

- **FOS** (Flight Operation System): Repülés Üzemeltetési Rendszer, ami felügyeli a műhold működését, és veszi a műhold nyers telemetriai adatait.
- **PDS** (The Payload Data System): Hasznos Teher Adatrendszer. Ez dolgozza fel a nyers méréseket ("Level 0" szintű adatokat), előállítja a fizikai jelentéssel bíró, javított és belső kalibrációval ellátott műszeradatokat (pl. GPS fázis és kód mérés) (a "Level 1B" szint).
- **CMF** (The Calibration and Monitoring Facility): A Kalibrációs és Ellenőrző Szolgálat folyamatosan ellenőrzi a "Level 1B" adatok minőségét, az erre definiált vizsgálati eljárásokkal.
- **HPF** (High Level Processing Facility): A Magasszintű Feldolgozási Szolgálat a "Level 1B" adatokból meghatározza a végleges GOCE pályákat, és a nehézségi erőter modelleket ("Level 2")

Az HPF teremti meg a kapcsolatot a tiszta műholdas rendszer, tehát az előfeldolgozott "Level 1B" adatok és a tudományos, 3. szintű felhasználók között. Ugyanis a nyers geodéziai mérésekből (gradiométer mérései, GPS fázis- és kód mérések) a nem geodéziai felhasználók számára is hasznos mennyiségeket (nehézségi erőter modellek, végleges GOCE pálya) állít elő.

Maga a feldolgozás összetett lépések sorozatából áll. A feldolgozás általunk vizsgált lépésére eddig egy változat készült a hivatalos, ESA megbízásával működő kutatócsoport által. A TDK munka keretében áttekintjük az HPF egyes lépéseit,

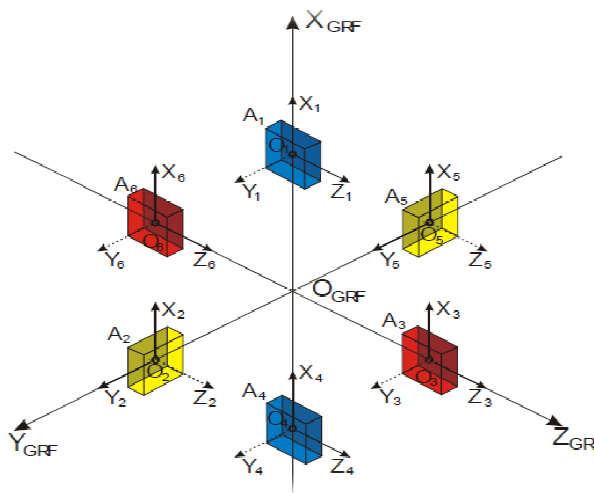
vizsgálunk esetleges alternatív megoldásokat (5.2-től 5.5-ig fejezet), majd a mért gradiens adatok MBW-be szűrésére önálló javaslattal állunk elő (6. fejezet).

5.2. Vonatkoztatási rendszerek

A feldolgozás során több koordinátarendszert érintünk, ezért először [Gruber et al., 2009] alapján ismertetjük ezeket.

- **GRF-Gradiometer Reference Frame (7. ábra)**

A GOCE gradiométerének saját koordinátarendszere, amelyben az Eötvös-tenzor elemeit méri. Középpontja a gradiométer tömegközéppontja, a tengelyek irányítotttsága és tájolása a pályán a 4.1 fejezetben ismertetettek szerint.



7. ábra. A gyorsulásmérők elhelyezkedése a GRF-ben

(Forrás: [Gruber et al., 2009])

- **IRF-Inertial Reference Frame**

Középpontja a Föld tömegközéppontja, x tengely a Tavaszpont irányába mutat, a z tengely a Föld forgástengelyével párhuzamos, az y tengely helyzete a jobbsodrású rendszerből következik. A rendszer helyhez kötött, a forgástól független.

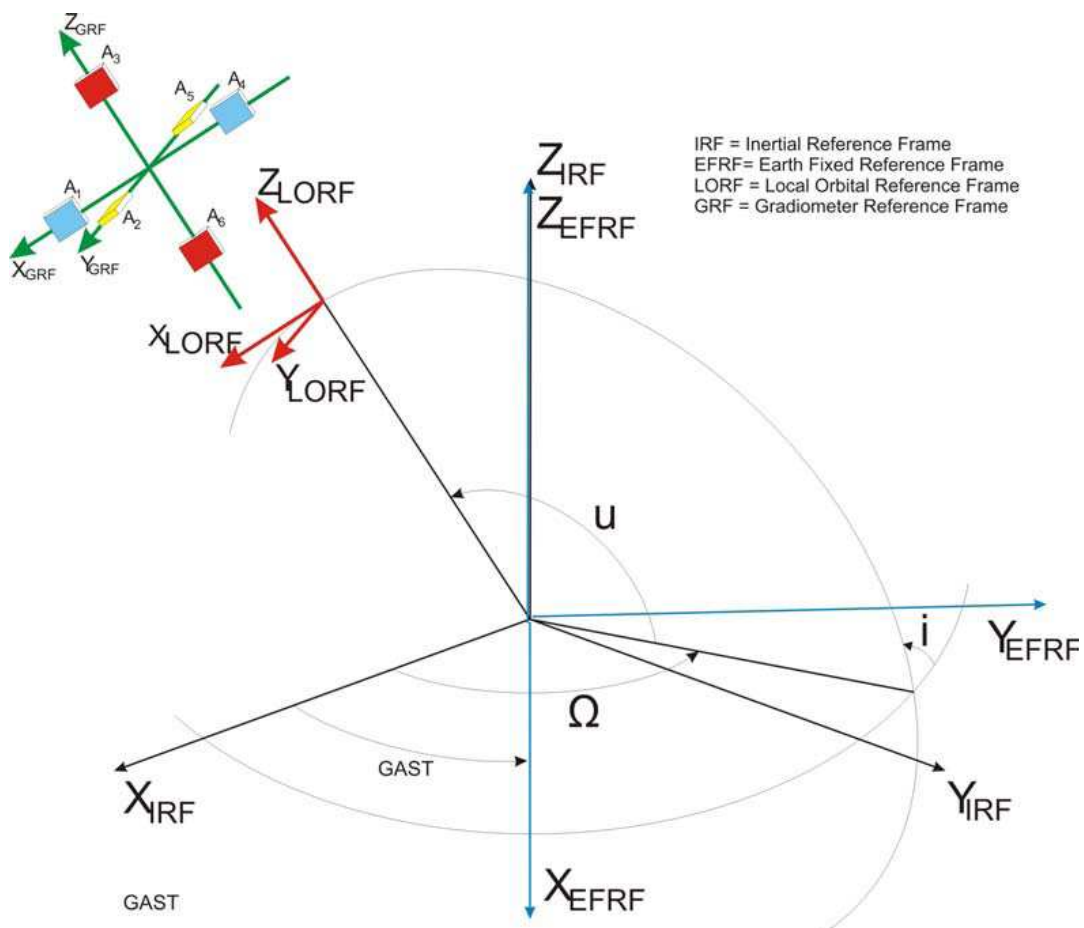
- **EFRF-Earth-Fixed Reference Frame**

Középpontja a Föld tömegközéppontja, x tengelye az egyenlítői síkban a Greenwich-i meridiánhoz kötött, z tengelye a Föld forgástengelyével

párhuzamos, az y tengely helyzete a jobbsodrású rendszerből következik. A Föld napi forgásával együtt mozog.

- **LNOF-Local North Oriented Frame**

Az esetünkben használt „topocentrikus” jellegű koordinátarendszer Észak-Nyugat-Felfelé irányokat használ. Központja a műhold névleges tömegközéppontja, z tengelye a Föld középpontjától kifelé mutató helyi függőleges irány, y tengelye párhuzamos a műhold tömegközéppontján átmenő teljes meridián síkjának normálvektorával és Nyugatra mutat, x tengelye párhuzamos az y és z tengely által definiált sík normálisával és a jobbsodrásnak megfelelően északra mutat.



8. ábra. Az alapvető koordinátarendszerek kapcsolata
(Forrás: [Gruber et al., 2009])

Megemlítjük továbbá a feldolgozás során általunk nem érintett **LORF- Local Orbital Reference Frame**-et, itt a műhold névleges tömegközéppontjából induló rendszerről van szó, ahol x tengely a pillanatnyi sebességvektor irányvektorával párhuzamos, y tengely párhuzamos a keringés impulzusmomentum vektorával, z tengely pedig párhuzamos a két másik tengely által kifeszített sík normálisával és a Föld középpontjától kifelé mutat. A koordináta-rendszerek egymáshoz viszonyított helyzete a 8. ábrán látható.

5.3. Az HPF által szolgáltatott adatok rendszere

A felhasználók számára szolgáltatott számtalan adatforma közül az alábbi adatokat használtuk. A használt adatok időtartama mindössze egy nap (2009.11.02.). Az egyes adatok megnevezését az HPF-ben definiált kódrendszer alapján végezzük.

EGG_NOM_2_ – kalibrált és korrigált gravitációs gradiensek GRF-ben. Az adatsor a GRF \rightarrow IRF transzformációs mátrixot is tartalmazza minden GPS-időben megadott időpontra. Tartalmazza továbbá az alkalmazott korrekciókat (merev Föld árapálya, óceáni árapály, pólusvándorlás és egyéb nem-árapály típusú korrekciók) is, ez utóbbiakra azonban nem volt szükségünk a TDK munka során.

EGM_GOC_2_ – Az EGM08 modellből számított gravitációs gradiens értékek a GOCE pályája mentén LNOF-ben. Ezek az értékek a mérendő gravitációs gradiensekről a jelenlegi ismereteinket foglalj össze, referencia modellként használjuk. (EGM08 modellről részletesebben [Szűcs, 2009]).

SST_PRD_2_ – GOCE fél-dinamikus pálya EFRF-ben. A kinematikus pályánál jóval simább lefutású, mégis a gradiensek előfeldolgozásához kellően pontos (pár cm-es) pálya. Megjegyezzük, hogy a pálya-meghatározás időpontjai nem esnek egybe a gradiens-mérések időpontjaival.

SST_PRM_2_ – Az EFRF \rightarrow IRF forgatási mátrixai, a pálya-meghatározással megegyező időpontokban.

Ezekkel a bemeneti adatokkal a szükséges transzformációk elvégezhetők, és az előfeldolgozás végén LNOF-ben az EGM08-hoz viszonyított gravitációs gradiens eltérései számíthatók.

5.4. Interpoláció

Az egyes műszerek a méréseket eltérő mintavételezéssel tudják végezni. Azonban szükség van a GPS-mérések és a gradiens-mérések időbeni összehangolására. Ezért a GPS-pályát (SST_PRD_2_) és forgatási mátrixát (SST_PRM_2_) a gradiens-mérések időpontjára kell interpolálni. Előzetes vizsgálatok alapján interpoláció céljára a köbös spline interpolációt tartottuk megfelelően, ami egybeesik a hivatalos HPF feldolgozási stratégiával [Gruber et al., 2009].

5.5. Forgatások

A különböző koordinátarendszerekben meghatározott adatokat a feldolgozás során használt LNOF koordinátarendszerbe forgatjuk. A forgatások során alkalmazott lépések:

1. A gradiensek GRF-ben adottak, így a következő transzformációkat alkalmazzuk: GRF→IRF, IRF→EFRF, végül EFRF→LNOF.
- 1.2. A GRF→IRF transzformációt az HPF által az EGG_NOM_2_ adatok keretében adott mátrixszal végeztük.
- 1.3. Az IRF→EFRF transzformációt az SST_PRM_2_ adatbázisban megadott, majd a gradiens mérések GPS-időpontjára interpolált értékeivel végeztük, értelemszerűen a transzformációs függvény inverzéként.
- 1.4. Az alkalmazott EFRF→LNOF transzformációs mátrix a szokásos módon épül fel [lásd Gruber et al., 2009, 23. oldal]:

$$\begin{bmatrix} -\sin\varphi\cos\lambda & \sin\lambda & \cos\varphi\cos\lambda \\ -\sin\varphi\sin\lambda & -\cos\lambda & \cos\varphi\sin\lambda \\ \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \end{bmatrix}.$$

2. A pálya EFRF-ben adott, ezért az alkalmazott transzformációs mátrix megfelel a gradiensek forgatásának utolsó lépésénél használttal (előző pont).

Az előfeldolgozás során tehát az előzőekben kitűzött célnak megfelelően olyan adatsort állítottunk elő, amely az LNOF-ben adott, ami alkalmas rendszer további felhasználások számára. Azonban a kapott adatok értékes része a 4.3 fejezetben leírtak szerint csak a MBW-re korlátozódik, ami a későbbi alkalmazásokat megnehezíti. Erre a problémára keresünk megoldást a 6. fejezetben.

6. Spektrális szűrés

A megfelelő adatok tehát rendelkezésünkre állnak az előfeldolgozás után, így már csak az MBW-be szűrést kell megvalósítanunk. A célunk olyan optimális digitális szűrő tervezése, ami megfelelően elnyomja a kívánt sáv szélességen kívül eső adatokat, de minimálisan torzítja a számunkra megfelelő frekvenciával rendelkezőket.

6.1 A digitális szűrők általános ismertetése

[Sujbert, 2008] alapján:

Egy lineáris diszkrét idejű rendszer átviteli függvénye Z-ben racionális törtfüggvény:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}, \quad (2)$$

ahol $B(z)$ és $A(z)$ polinomok. Az átviteli karakterisztikához $z = e^{j\vartheta}$ helyettesítéssel jutunk, ahol ϑ a diszkrét körfrekvencia. Meghatározása: $\vartheta = 2\pi \frac{f}{f_s}$, ahol f a frekvencia, f_s pedig a mintavételi frekvencia. A $H(z)$ -vel jellemzett szűrő végtelen vagy véges impulzusválaszú lehet (IIR vagy FIR). IIR esetben $B(z)$ és $A(z)$ tetszőleges polinom lehet (persze $A(z)$ a stabilitási feltételnek eleget tesz), $B(z)$ együtthatóinak száma M , $A(z)$ együtthatóinak száma N . FIR esetben $A(z) = z^{N-1}$, ahol $N-1$ a polinom fokszáma. Ekkor az átviteli függvény a következő alakban írható fel:

$$H(z) = z^{-N+1}B(z) = B'(z).$$

$B'(z)$ szintén polinom, együtthatói $B(z)$ együtthatói fordított sorrendben. A digitális szűrők számítása általában (2) alapján történhet:

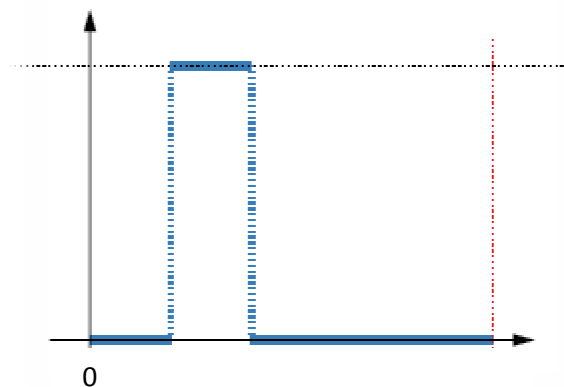
$$y = \sum_{i=0}^{M-1} b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^{N-1} a_i y(n-i), \quad (3)$$

ahol $x(n)$ és $y(n)$ rendre a gerjesztés és a válasz mintái az n . időpillanatban, az $A(z)$ és $B(z)$ konstansok pedig rendre $A(z)$ és $B(z)$ együtthatói. FIR szűrő esetén (3) a következőképpen egyszerűsödik:

A fenti egyenlet szerint a kimenet a bemenet és a $B(z)$ együtthatókészlet diszkrét konvolúciójaként áll elő. Ez viszont azt is jelenti, hogy a $A(z)$ együtthatókészlet valójában az adott FIR szűrő impulzusválasza is. (Részletesebben [Sujbert, 2008] és [Simonyi, 1984]).

6.2 Szűrőtervezés

A digitális szűrők tervezése az átviteli függvény specifikációjára épül, ami a mi esetünkben az amplitúdómenet specifikációját jelenti. Az előre definiált MBW-ből következő ideális átviteli karakterisztika a 9. ábra jelöléseit használva:



9. ábra. Az ideális szűrő átviteli karakterisztikája

Az ideális átvitelt teljesítő szűrő impulzusválasza időben nem korlátos, így a gyakorlatban közelítésekkel élünk. Az egységnyi átvittel definiált áteresztőtartomány és a zérus átvittel definiált zárótartomány között mindig található egy átmeneti tartomány, amelyben az amplitúdó 0 és 1 között változik.

Valamint megengedünk az átvitel értéke körüli bizonyos mértékű ingadozást, amit a zárótartomány esetén elnyomásnak nevezünk. Az átmeneti tartomány hosszának megválasztása és az ingadozás illetve elnyomás megfelelő értékek között tartása jelenti magát a szűrőspecifikációt.

Jelen esetben technikailag az 5 mHz-es alsó határ jelent kihívást. Ugyanis nagyon kis átmeneti tartomány áll rendelkezésre a 0 és az 1 átvitel közötti váltásra. A 100mHz-es felső határ esetén könnyebb a jó specifikáció megalkotása, mivel itt már nincs hatása a szűrő kezdeti felfutási illetve beállási szakaszának, a közelítés tisztán az átmeneti tartomány hosszától és a szűrőegyütthatók számától függ. Emiatt a specifikáció során nagy hangsúlyt fektettünk a DC (0 és 5 mHz közötti tartomány) megfelelő mértékű elnyomására. Emellett kiemelten fontosnak tartjuk, hogy a MBW határain belül az adatok átvitele minél inkább 1-hez közeli legyen, ezért az átmeneti tartomány kis része sem lehet az értékes frekvenciasávon belül.

A probléma megoldása érdekében a specifikáció során három fő irányba indultunk, a továbbiakban ezeket ismertetjük.

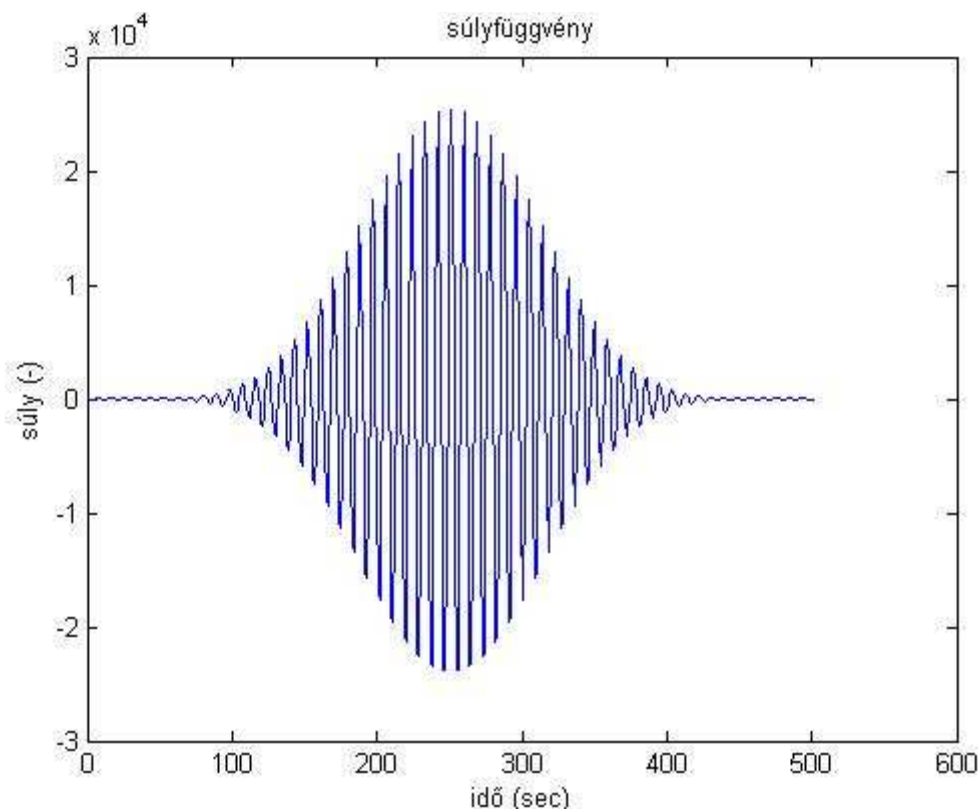
A szűrés a kívánt átvittel elméletileg végrehajtható:

- 1) egy lépésben egy Parks-McClellan (-Remez) eljárással tervezett FIR sávszűrő alkalmazásával
- 2) egy lépésben egy ablakozással tervezett FIR szűrővel
- 3) valamint két lépésben, először egy felüláteresztő majd egy aluláteresztő Parks-McClellan (-Remez) eljárással tervezett FIR szűrő alkalmazásával.

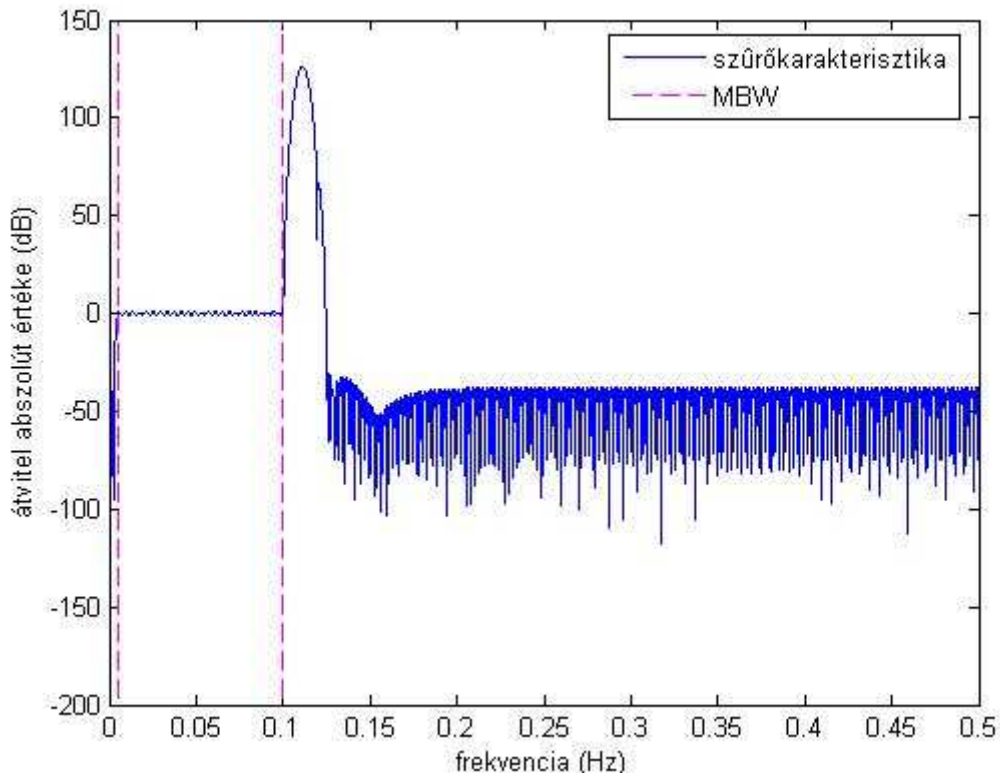
A szűrők értékelésének legfőbb szempontja az ideális karakterisztika közelítésének pontossága volt.

Az (1) esetben a specifikáció fő szempontjai az egyszerűségekre való törekvés és a torzításmentesség megvalósítása volt. A torzításmentességet FIR szűrő alkalmazásával biztosíthatjuk, ugyanis lineáris a fázismenete, azaz a szűrés során az IIR szűrővel ellentétben a frekvenciával arányos, egyenletes fázistolást hoz létre a bemenő jelen. (Részletesebben [Sujbert, 2008] és [Simonyi, 1984]). A Remez-algoritmussal történő tervezés előnye továbbá, hogy a lineáris fázismenet mellett

egyenletes ingadozású szűrőt kapunk. Ez esetünkben azért előnyös, mert előre nem ismerjük, hogy az MBW-n belül melyik frekvencián észleltük a számunkra értékes információkat. Tehát az egyenletes ingadozás biztosítja, hogy esetlegesen nem terheljük a számunkra jelentős adatokat nagyobb mértékű hibával a szűrés során. Az ideális karakterisztika közelítése ebben az algoritmusban Csebisev-approximációval történik, ami a hiba maximumát minimalizálja. Ezek alapján az ideális szűrőt iterációs folyamattal próbáltuk előállítani. Az iteráció során a MATLAB "firpm" beépített függvényét használtuk. A paraméterezés a szűrőegyütthatók és az átmeneti tartományok hosszának megadásával történt.

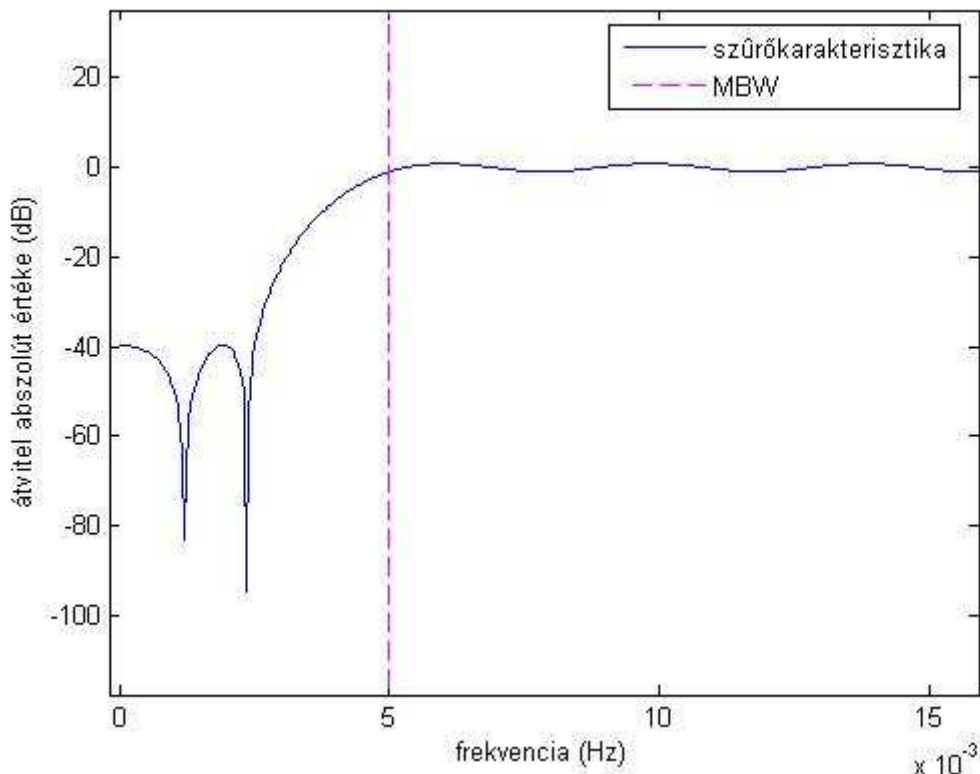


10. ábra. Az (1) eljárással tervezett szűrő súlyfüggvénye



11. ábra. A (1) eljárással tervezett szűrő átviteli karakterisztikája

A szűrő súlyfüggvényének (10. ábra) vizsgálatakor láthatjuk, hogy az jelentősen eltér a megszokott *sinc* függvény alakjától, tehát valószínűleg nem túl jó közelítést fog adni. A szűrőkarakterisztikán (11. ábra) látható, hogy a 100 mHz feletti zárótartományon nem túl nagy, 40 dB körüli elnyomást sikerült létrehozni, sőt a DC kiszűrése sem elegendő mértékben történt, nem éri el a 40dB elnyomást (12. ábra).



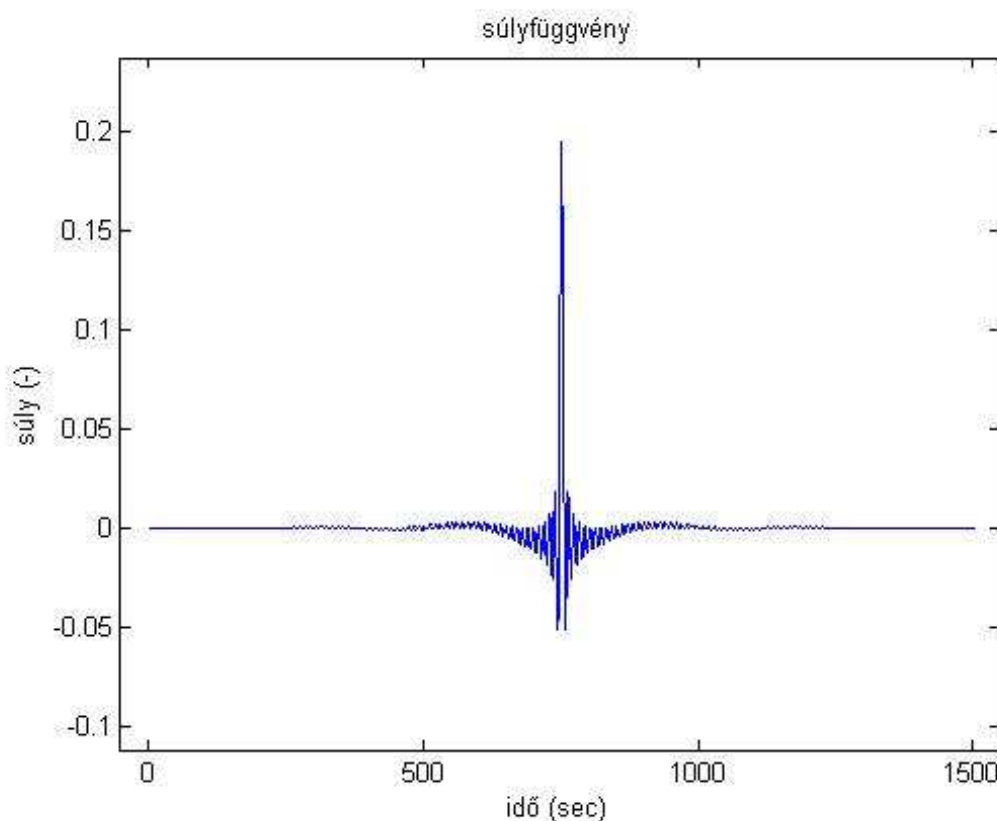
11. ábra. A (1) eljárással tervezett szűrő átviteli karakterisztikája a kisfrekvenciákon

Ezek mellett paraméterezéssel nem sikerült kiküszöbölni a 11. ábrán látható 100 mHz-hez közeli frekvenciánál kialakuló jelentős kiemelést sem. A kapott szűrő az áteresztőtartományban sem teljesít megfelelően, a 12. ábrán látható az 5mHz feletti frekvenciákon a jelentős ingadozás. Összességében a szűrőt és a módszert elvetendőnek ítéltük, az ideális karakterisztikát nem megfelelő mértékben közelíti.

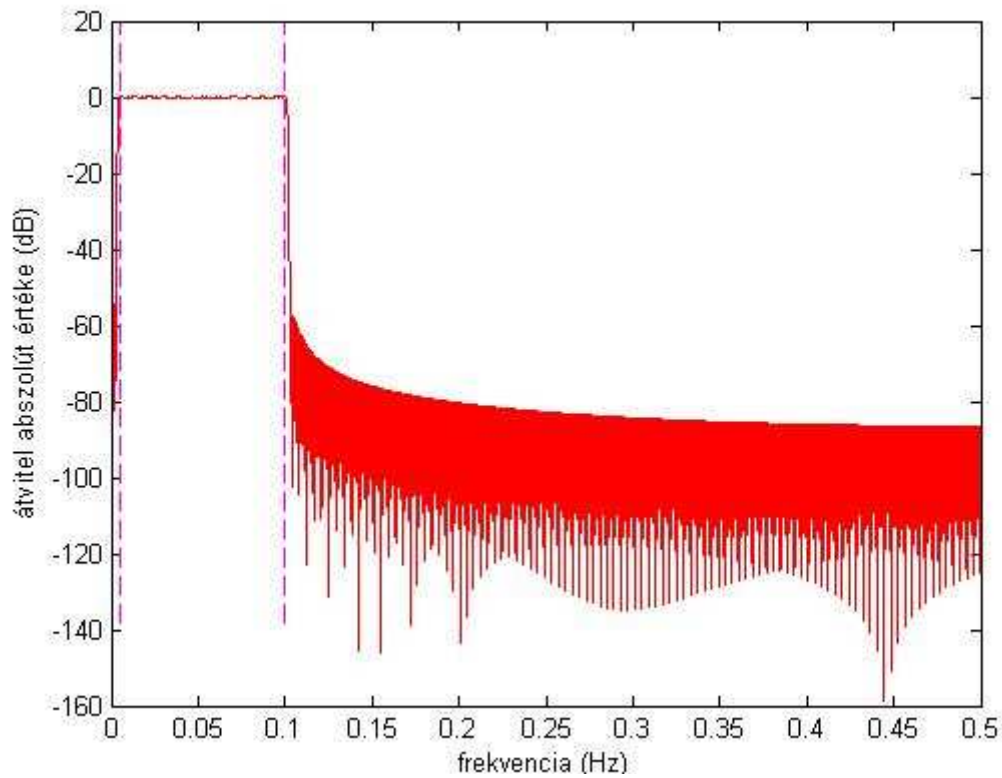
Az előző módszer tapasztalatai alapján a (2) esetben az DC megfelelő kiszűrésére helyeztünk nagyobb hangsúlyt. Az korábbi elveket szem előtt tartva továbbra is FIR szűrő alkalmazását tartjuk célszerűnek, azonban változtatunk a szűrőtervezés módszerén. Ebben az esetben az ablakozással történő szűrőtervezést valósítottuk meg. A módszer számunkra lényegesen a hibaelosztás módjában tér el az előzőleg használt Remez-eljárástól. Itt ugyanis a hiba nem egyenletesen a hiba maximumának, hanem a négyzetes hiba integráljának minimalizálásával történik. Tehát a tervezett szűrő karakterisztikája a legkisebb négyzetek elve szerint közelíti az ideális karakterisztikát. Az ablakozással történő szűrőtervezést a MATLAB a "fir1" beépített függvénnyel támogatja. Ennek paraméterezése a szűrőegyüttható mellett

az átmeneti tartományok egy-egy értékkel történő megadásával valósítható meg. A számunkra optimális szűrő súlyfüggvénye és karakterisztikája a 12. illetve 13. ábrán látható. A súlyfüggvény a szimmetriatengelyétől távolodva szépen lecseng, alakja a sinc függvénnyel hasonlatos. Az átviteli karakterisztikát részleteiben is megtekintve ellenőrizhetjük, a szűrő teljesítményét az egyes tartományokon:

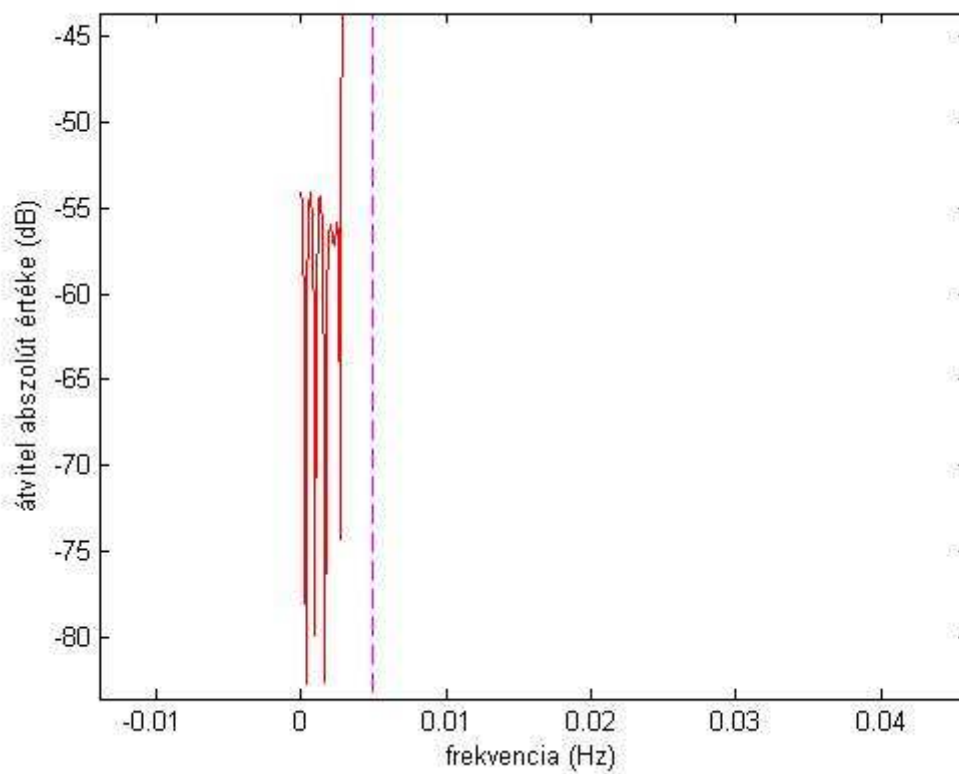
- az 0 és 5 mHz közötti tartomány elnyomása sikeresen megoldott: majdnem eléri az 55 dB-t (14. ábra)
- a 100 mHz feletti frekvenciákon 80-85 dB elnyomást teljesít a szűrő, ami kiválóan mondható
- a MBW határait tekintve (15. és 16. ábra) elmondható, hogy sikerült a csekély ingadozástól eltekintve a teljes áteresztőtartományon biztosítani az 1 átvitelt.



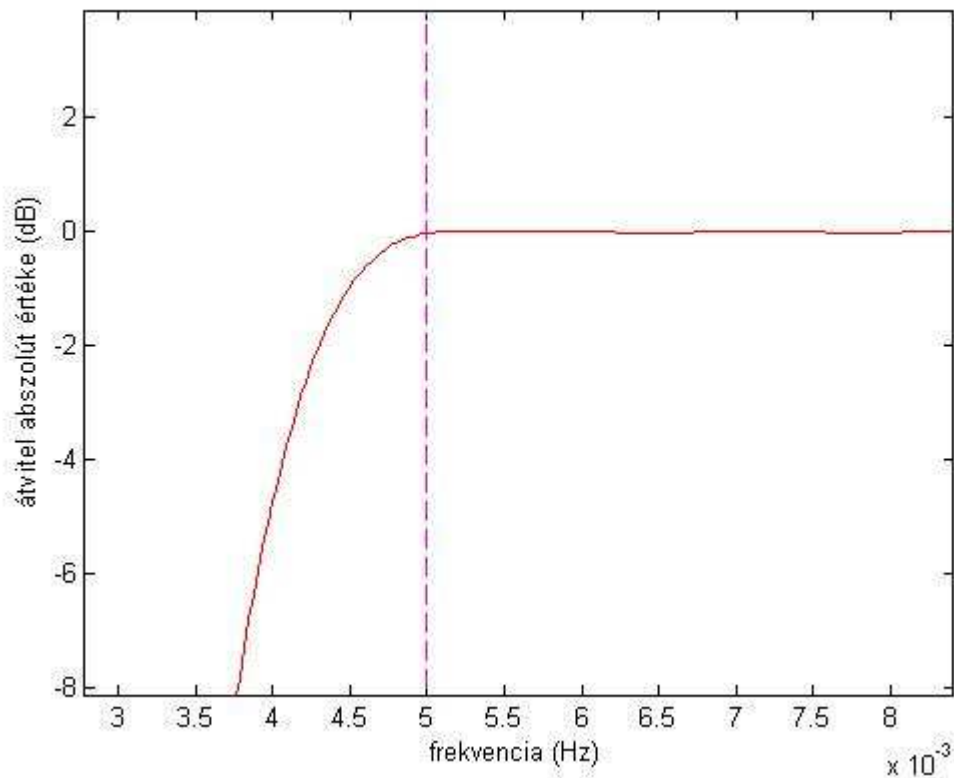
12. ábra. Az (2) eljárással tervezett szűrő súlyfüggvénye



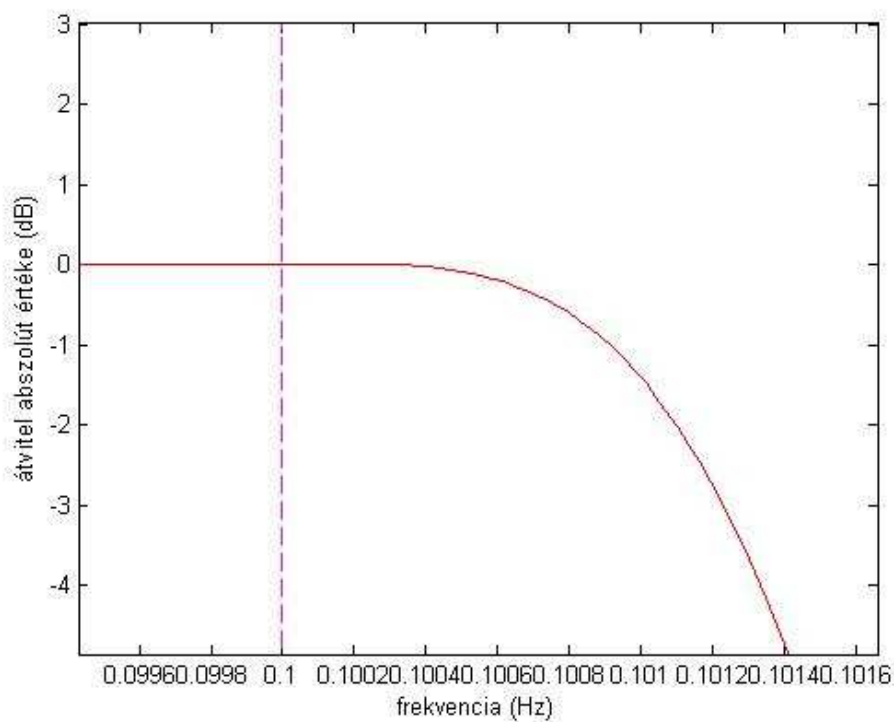
13. ábra. A (2) eljárással tervezett szűrő átviteli karakterisztikája



14. ábra. A (2) eljárással tervezett szűrő átviteli karakterisztikája - a kiszűrt DC



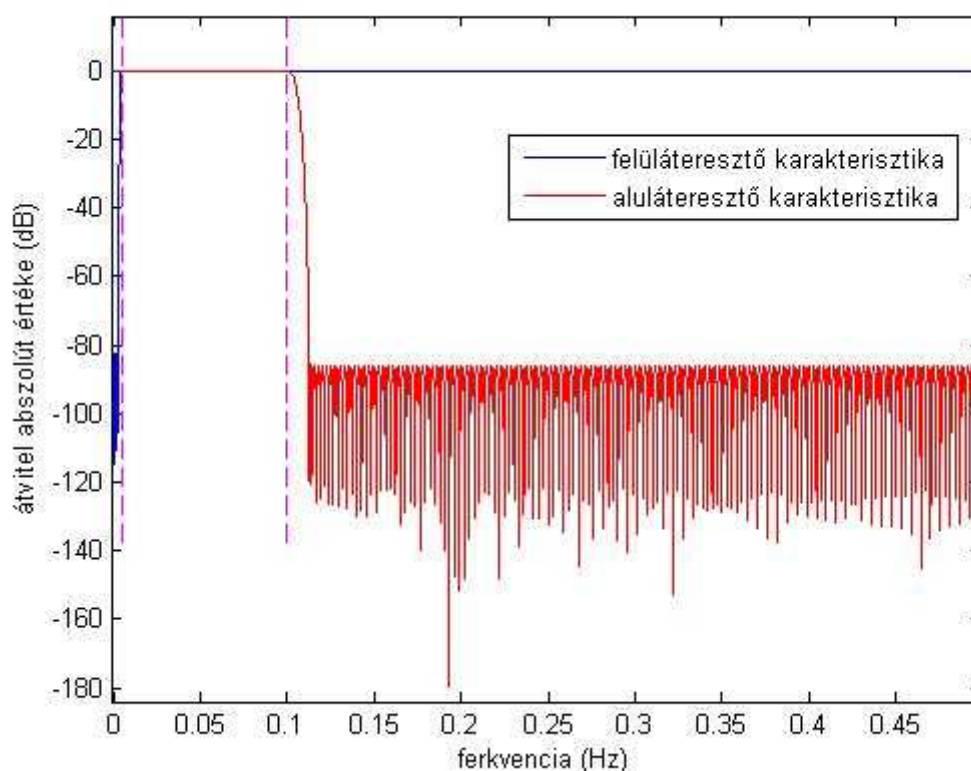
14. ábra. A (2) eljárással tervezett szűrő átviteli karakterisztikája – az 5mHz-es határ



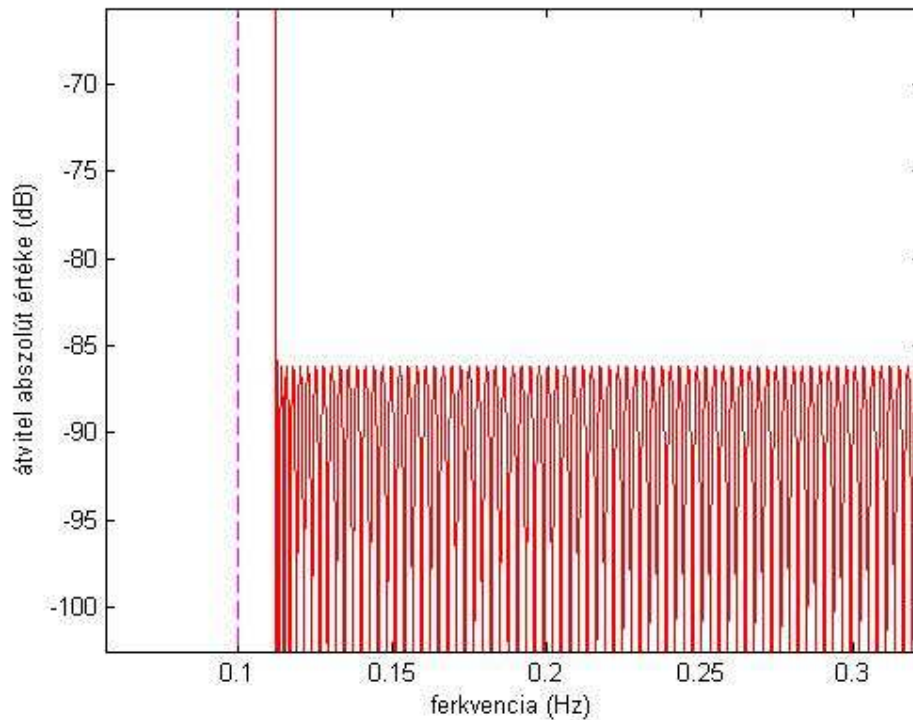
15. ábra. A (2) eljárással tervezett szűrő átviteli karakterisztikája – a 100mHz-es határ

Összességében tehát megállapítható, hogy a (2) eljárással sikerült olyan karakterisztikájú szűrőt terveznünk, ami elfogadható az ideális karakterisztika megfelelő közelítéseként.

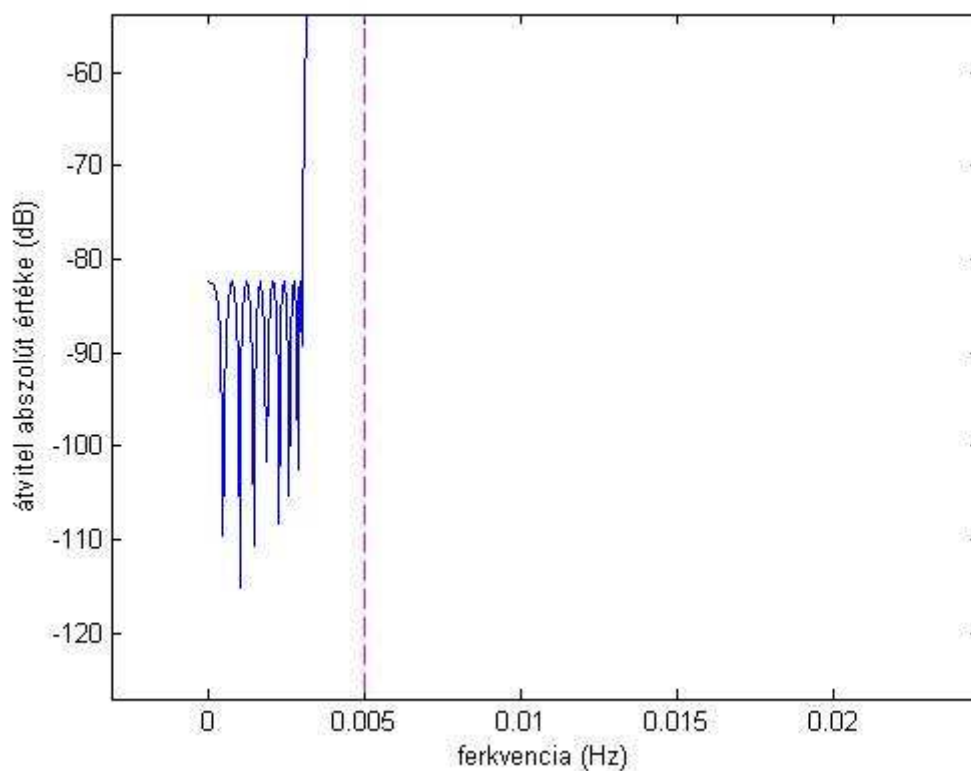
A (3) esetben az (1)-nél tapasztaltakat végiggondolva ugyanazt az eljárást alkalmazzuk, de a szűrés folyamatát két lépésre bontjuk. Így külön feladatként kezeljük a DC kiszűrését és a 100 mHz feletti tartomány elnyomását. Így könnyebb volt az optimális paraméterezés megtalálása, mivel csak egy átmeneti tartomány megadás befolyásolja a karakterisztika alakulását (természetesen az együtthatószám mellett). A két szűrő karakterisztikája együtt a 16. ábrán látható. Az elnyomás mindkét zárótartományban kiválóan sikerült, a DC-t kiszűrő felüláteresztő szűrő csak 5 dB-lel teljesít kevesebbet, mint az aluláteresztő. Ezt láthatjuk a 17. és 18. ábrán. Az áteresztő tartományon csak igen csekély ingadozás (0,006 dB) figyelhető meg, ami biztosítja, hogy az átvitt jelek nem torzulnak jelentősen.



16. ábra. A (3) eljárással tervezett két szűrő átviteli karakterisztikája

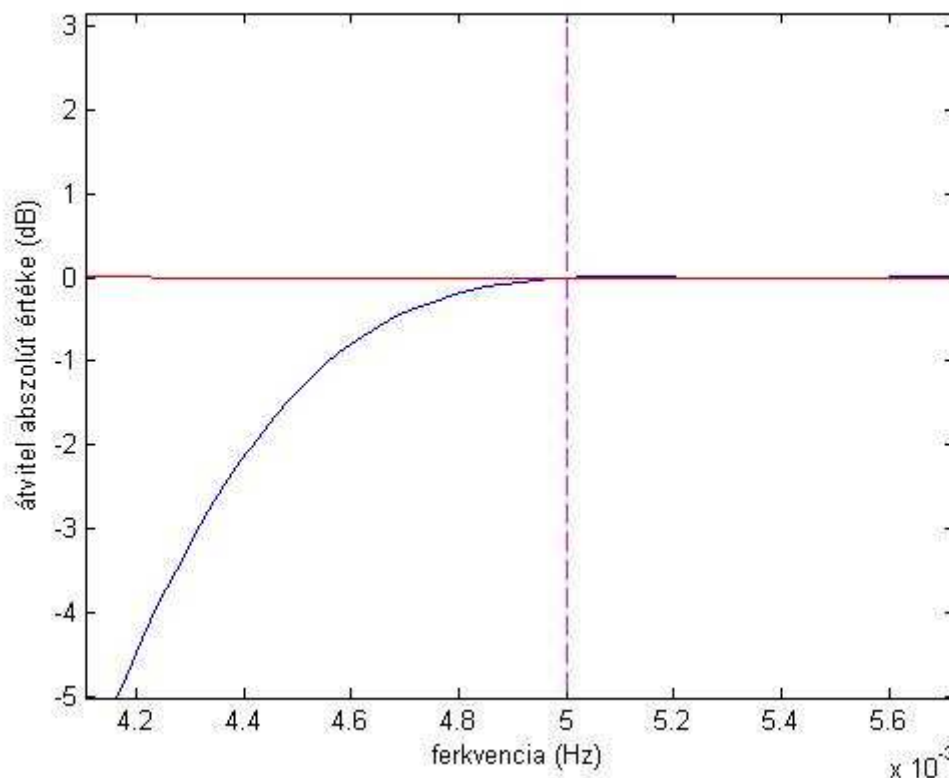


17. ábra. A (3) eljárással tervezett aluláteresztő szűrő elnyomása a nagyfrekvenciákon

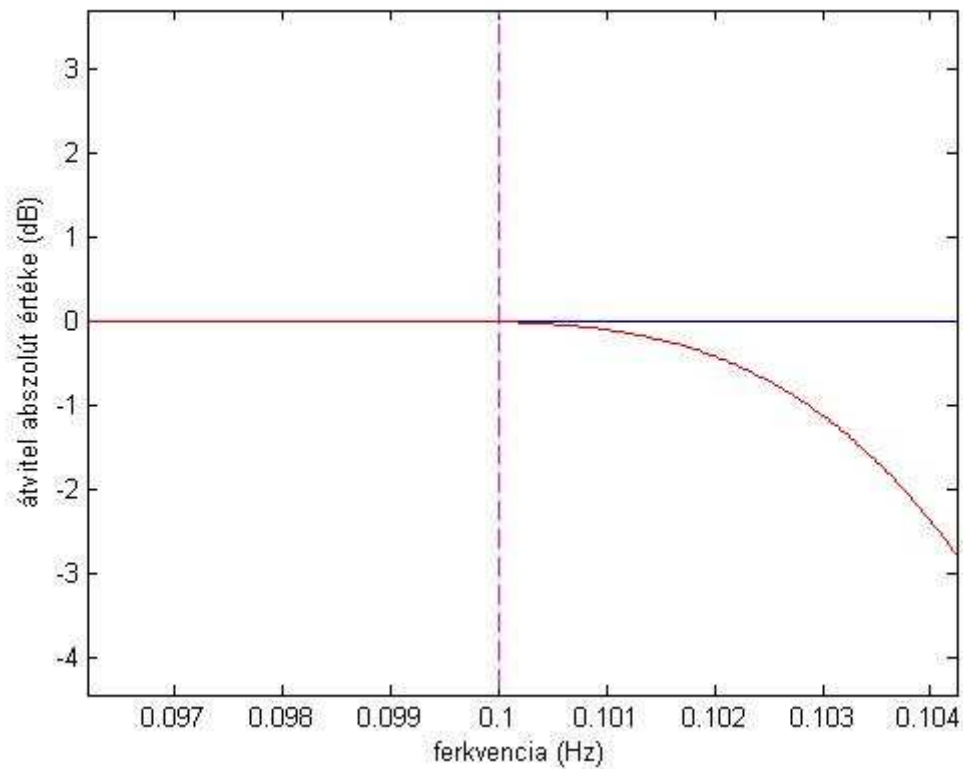


18. ábra. A (3) eljárással tervezett szűrő átviteli karakterisztikája – DC kiszűrése

Vizsgáltuk továbbá, hogy a MBW határainál, hogyan teljesít a szűrő. (Emlékeztetőül ez volt a specifikáció egyik fő iránya.) A 19 és 20. ábrán láthatjuk megjelenítve az alsó határnál a felül-, illetve a felső határnál az aluláteresztő szűrő. Mindkét esetben a megfelelő elnyomási teljesítmény mellett sikerült megvalósítani, hogy az átmeneti tartomány minimálisan se essen a MBW-be. Tehát a (3) módszerrel is sikerült megfelelő közelítésű karakterisztikát létrehozni.

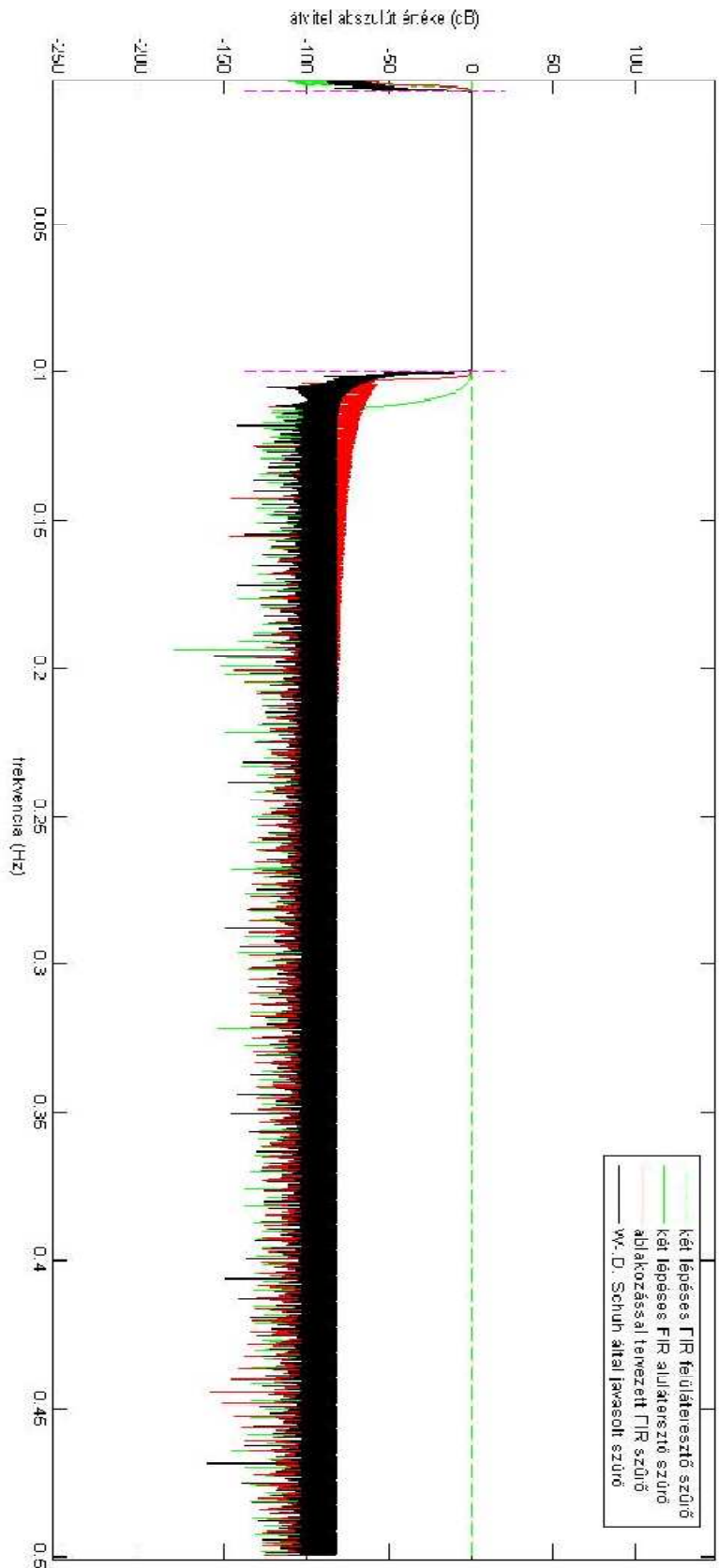


19. ábra. A (3) eljárással tervezett szűrő átviteli karakterisztikája - az 5 mHz-es határ



20. ábra. A (3) eljárással tervezett szűrő átviteli karakterisztikája – a 100 mHz-es határ

6.3 Szűrőkarakterisztikák összehasonlítása

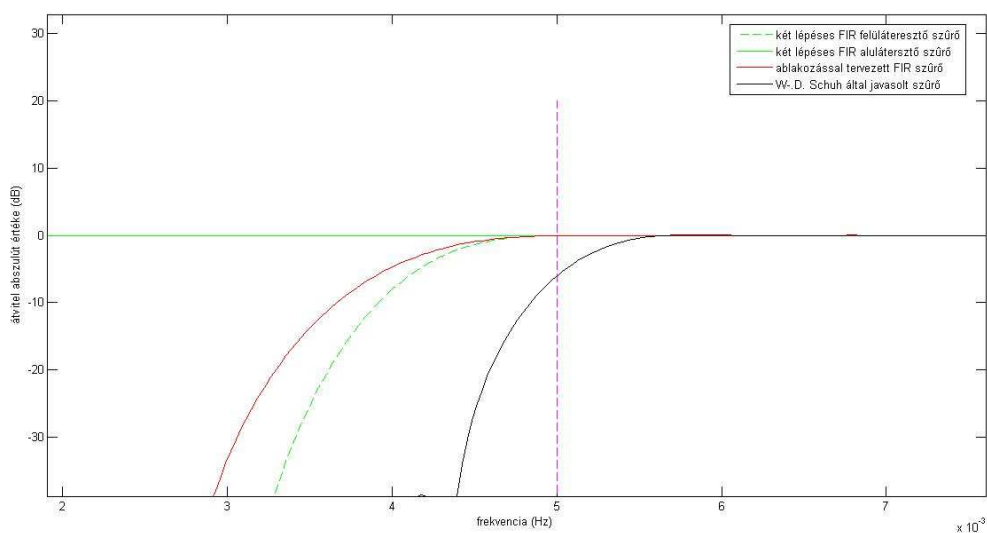


21. ábra. A szűrőkarakterisztikák összehasonlítása: a két általunk tervezett és a W.-D.Schuh által javasolt szűrők esetén

A továbbiakban a két megfelelőnek bizonyult általunk tervezett szűrő teljesítményét hasonlítjuk össze egy a nemzetközi szinten is elfogadott szűrési eljárás teljesítményével. Az eljárás kidolgozása Wolf-Dieter Schuh (Institute for Geodesy and Geoinformation University Bonn) nevéhez fűződik. Az általa végzett specifikációt nem ismerjük, így pusztán az eredmények összehasonlítása alapján értékeljük az egyes szűrőket.

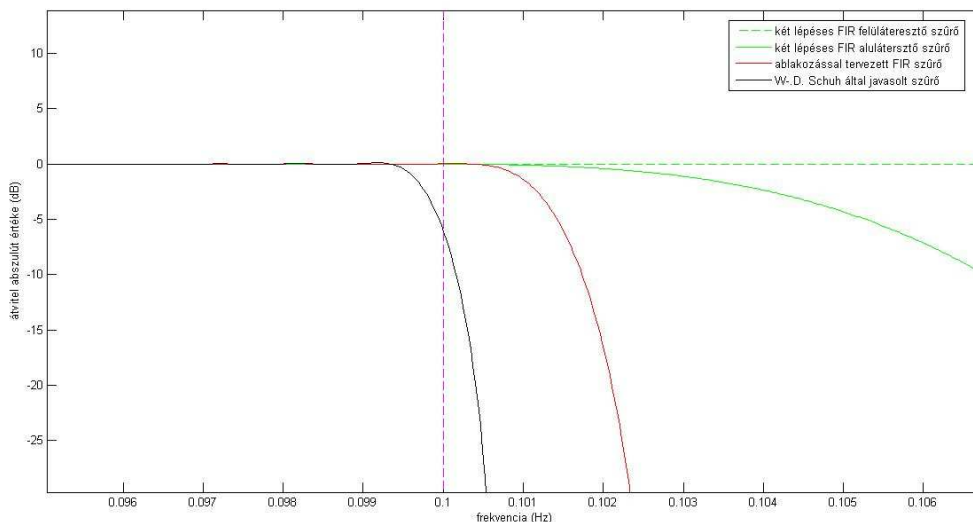
A 20. ábrán tüntettük fel a szűrőkarakterisztikákat a tervezés során megfelelőnek ítélt két szűrő és az összehasonlítási alapul szolgáló, hivatalosan elfogadott szűrő estére. Az ábrán megfigyelhető, hogy az általunk tervezett szűrők hasonló teljesítménnyel működnek, mint a referenciaként használt szűrő. Az egyes jellemző tartományokat külön-külön megvizsgálva érdekes konklúziókat vonhatunk le:

- A számunkra értékes sáv szélesség 5 mHz-es határfrekvenciájánál az általunk tervezett szűrők szemmel láthatóan jobban közelítik az ideális átvitelt, hiszen az átmeneti tartomány vége nem esik a MBW-be a referenciaszűrővel ellentétben (22. ábra).



22. ábra. A szűrőkarakterisztikák összehasonlítása az 5 mHz-es tartományhatáron

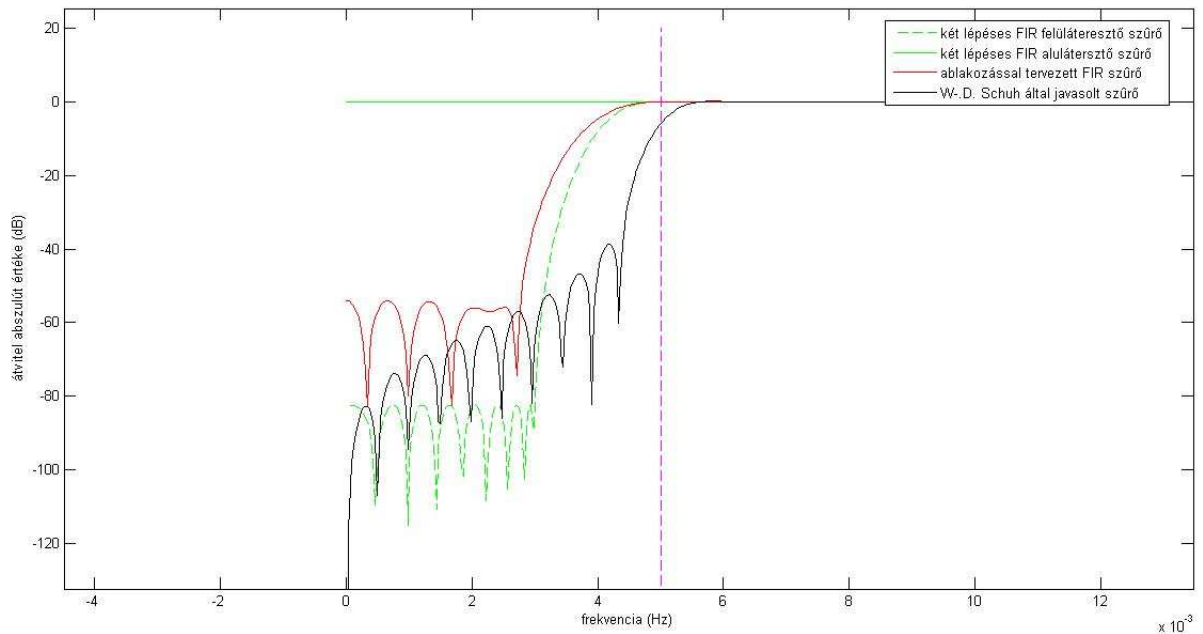
- Az értékes sávszélesség másik, 100 mHz-es határfrekvenciájánál hasonló eredményeket kaptunk, a tervezett szűrők a 100 mHz-es határon is biztosítják az 1 átvitelt, míg a Schuh által javasolt megoldás ezt nem teljesíti (23. ábra).



23. ábra. A szűrőkarakterisztikák összehasonlítása a 100 mHz-es tartományhatáron

- A 24. ábrán látható a szűrők teljesítménye a DC szűrése esetén. Legkevesebb elnyomást az ablakozással tervezett szűrő volt képes létrehozni, de még ez az 50 dB körüli érték is jónak mondható. A kétlépéses szűrés felüláteresztő szűrője 80 dB elnyomásra képes, ami kiváló ilyen közel a 0 frekvenciához. Az ábrán szintén jól megfigyelhető, hogy az általunk tervezett szűrőknek nagyobb átmeneti tartománya van, mint a referencia megoldásban ismerteknek. Itt kell megemlítenünk azonban, hogy mi lényegesen kevesebb szűrőegyütthatóval oldottuk meg a feladatot. A Schuh-féle szűrő több mint 9000 együtthatót használ, ezzel szemben mi a tervezéskor is szem előtt tartottuk, hogy a feladat megoldása minél kevesebb erőforrást (processzor, memória) igényeljen, tehát kevés együtthatóval (így művelettel) érjük el ugyanazt a teljesítményt. Ablakozással tervezett szűrőnél 1500, kétlépéses szűrésnél 2000, ill. 350 együtthatót használtunk. A nagy együtthatószám-különbség okozza a referencia- és a tervezett szűrők átmeneti tartományának hossza közötti eltérést. Ugyanez figyelhető meg a 23. ábrán a szűrőkarakterisztika lefutásakor is, az általunk tervezettek kevésbé meredeken valósítják meg a 0 és 1 közötti átvitelt, tehát az átmeneti tartomány hossza nagyobb.

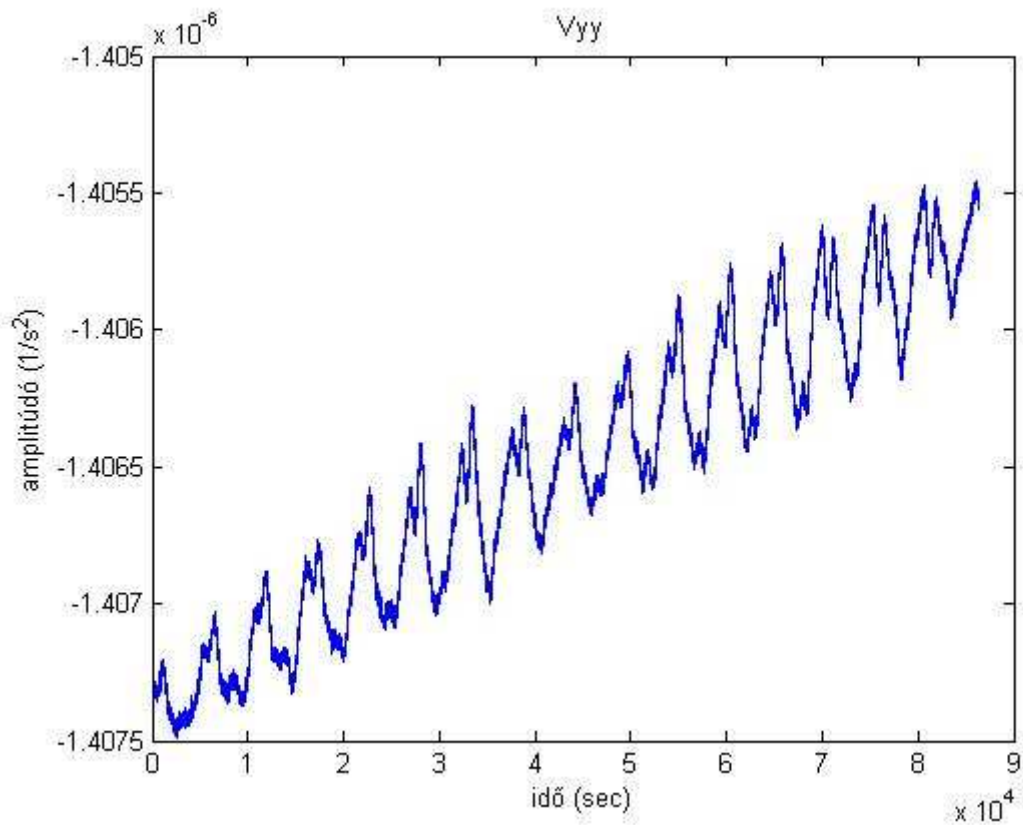
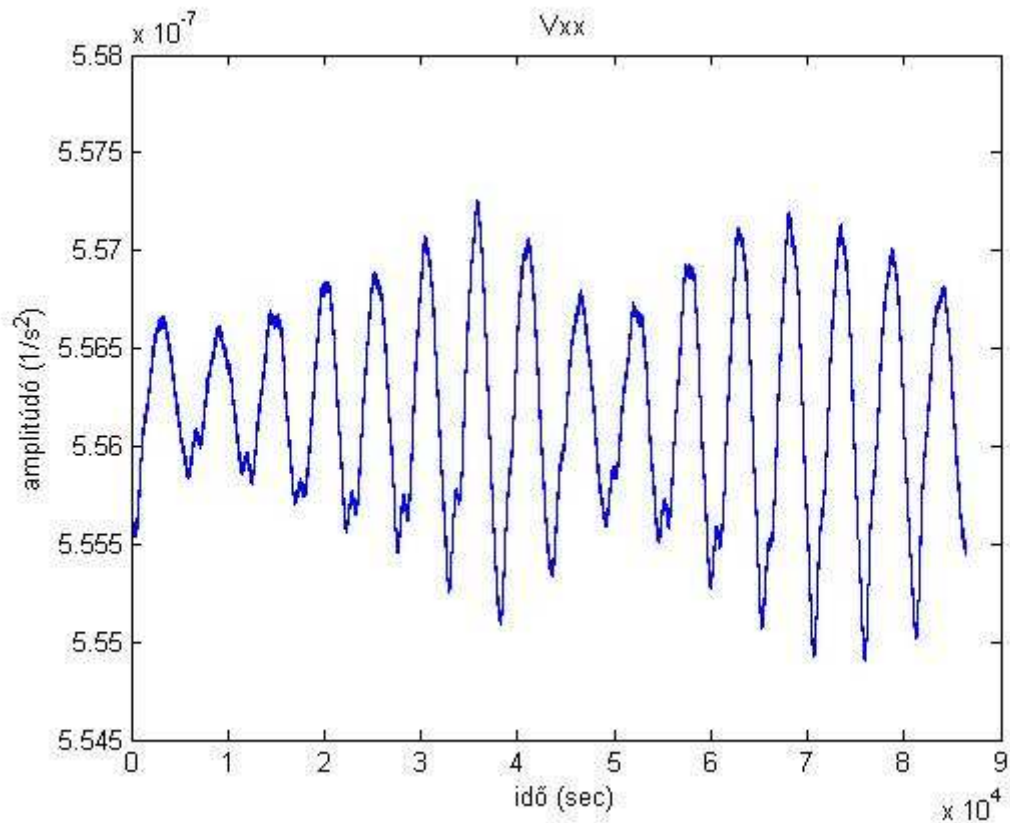
- Az áteresztőtartományban mindegyik szűrő hasonlóan 10^{-4} dB ingadozást teljesít, ami igen kitűnőnek mondható, nem terhelik az értékes adatokat jelentős hibával a szűrés során.

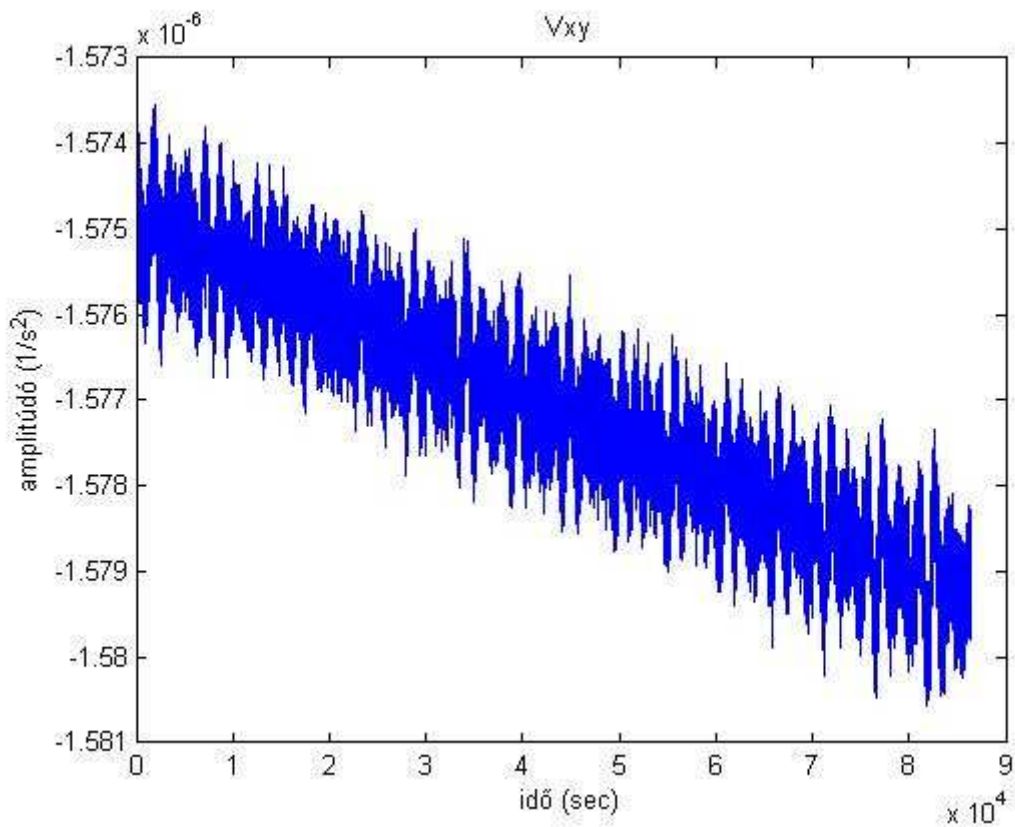
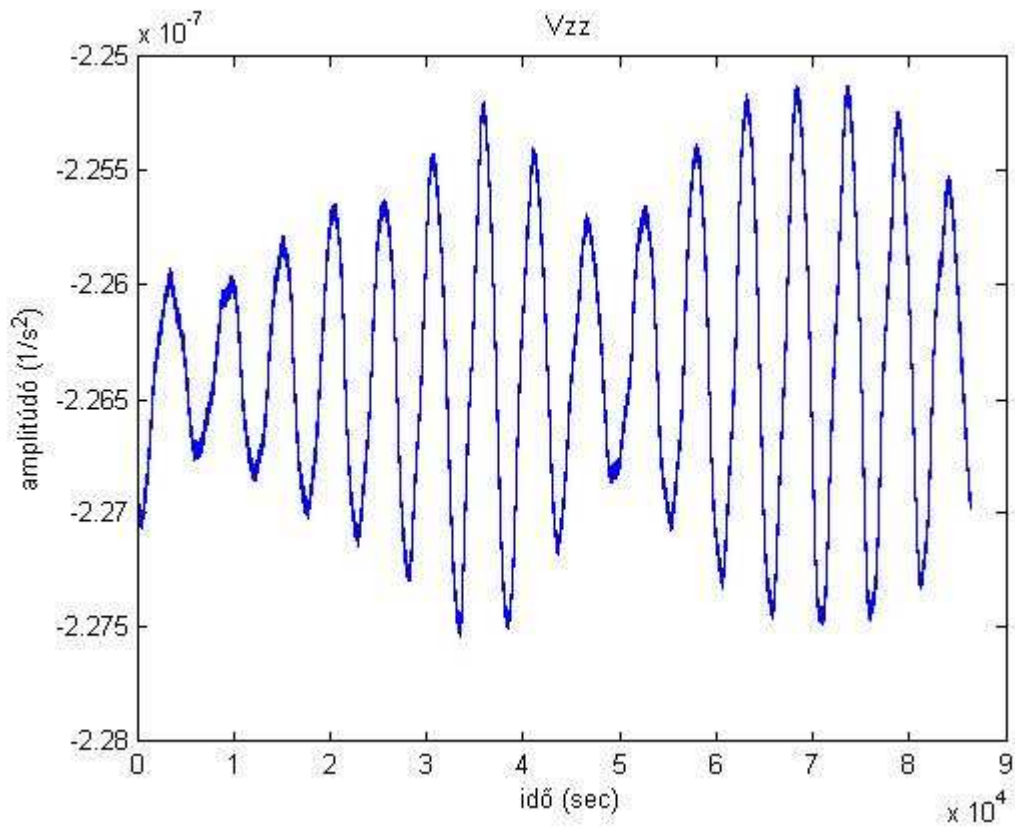


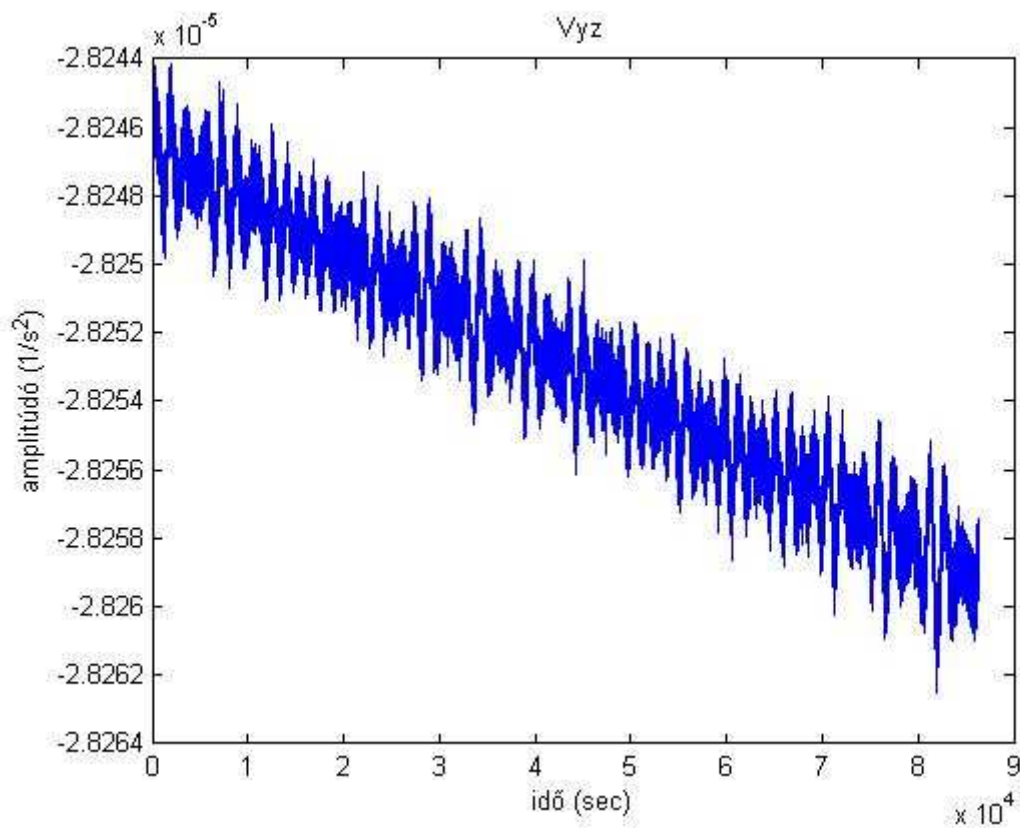
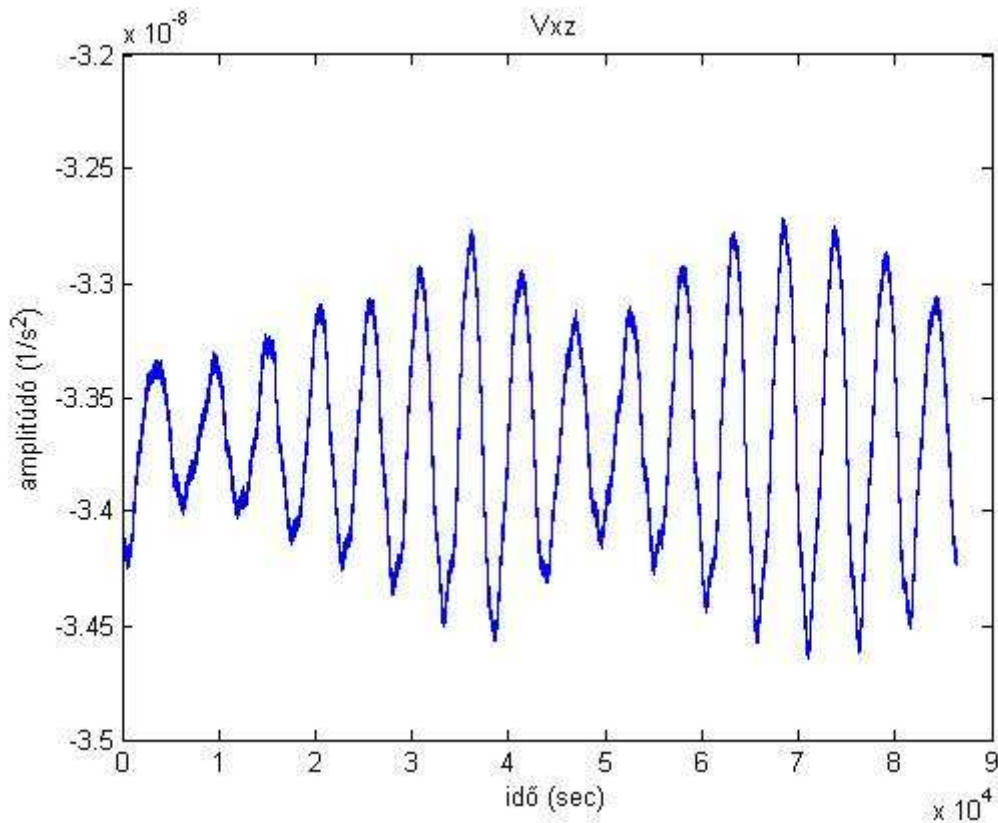
24. ábra. A szűrőkarakterisztikák összehasonlítása a DC szűrésének szempontjából

6.4 Az értékes adatok

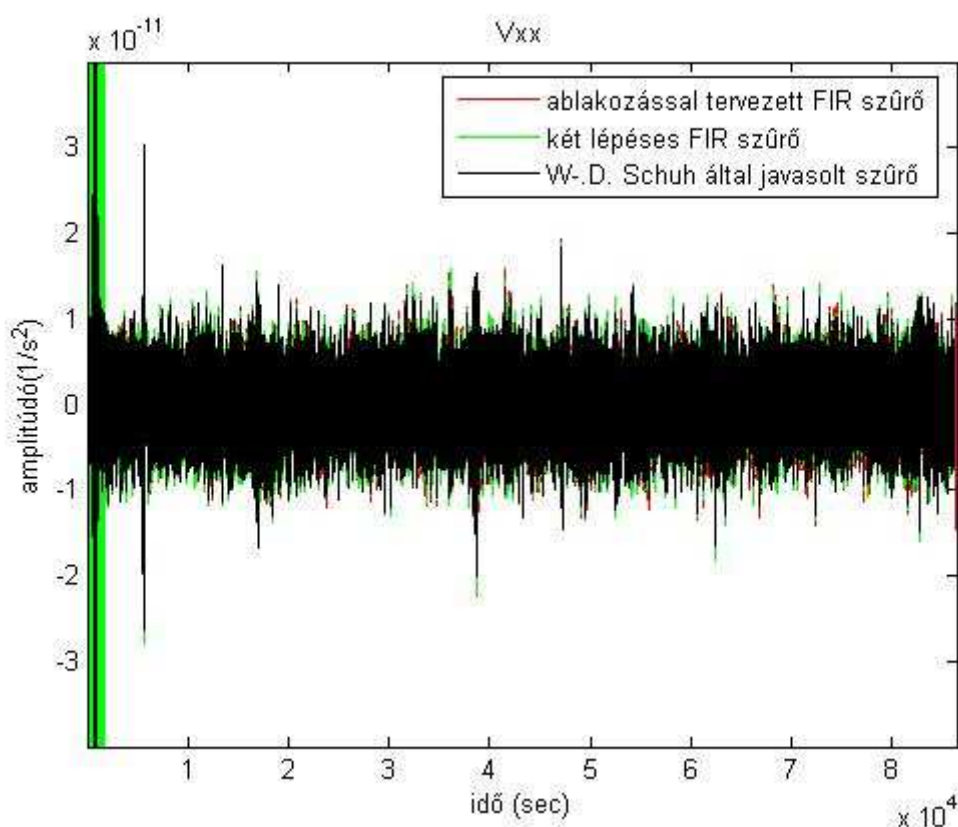
A 4. fejezetben ismertetett előfeldolgozás és az 5. fejezetben meghatározott alkalmas szűrők segítségével előállíthatjuk a számunkra értékes adatokat. A következő ábrákon láthatók az egyes észlelt gradiens komponensek a szűrés előtt:

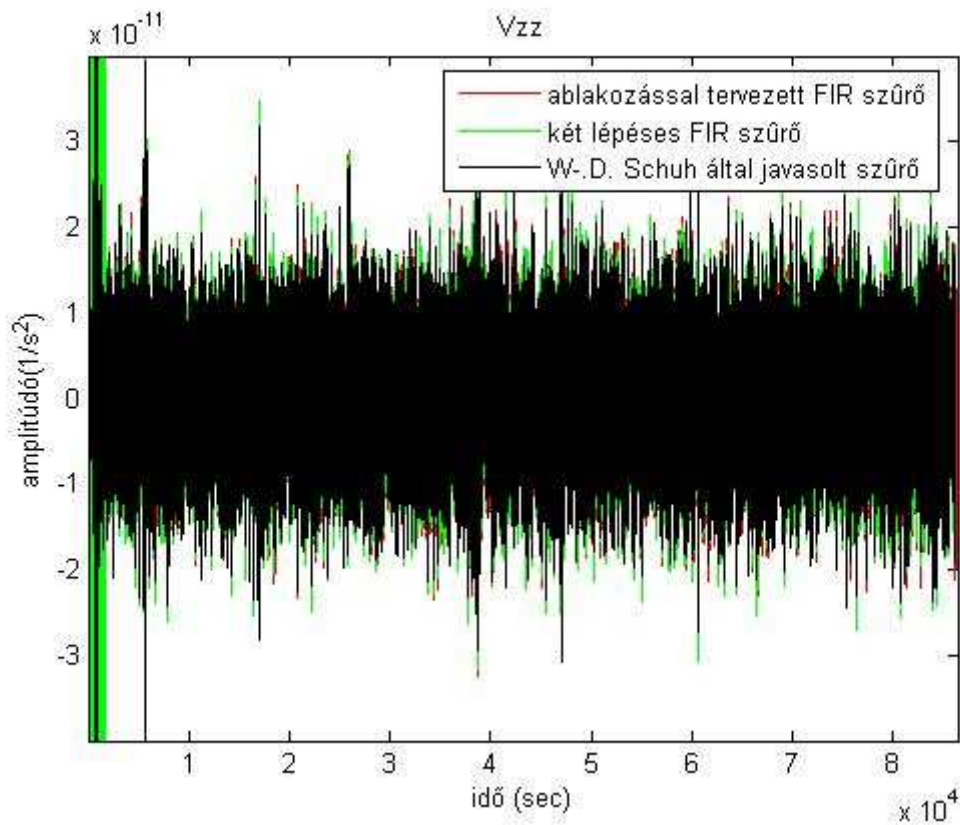
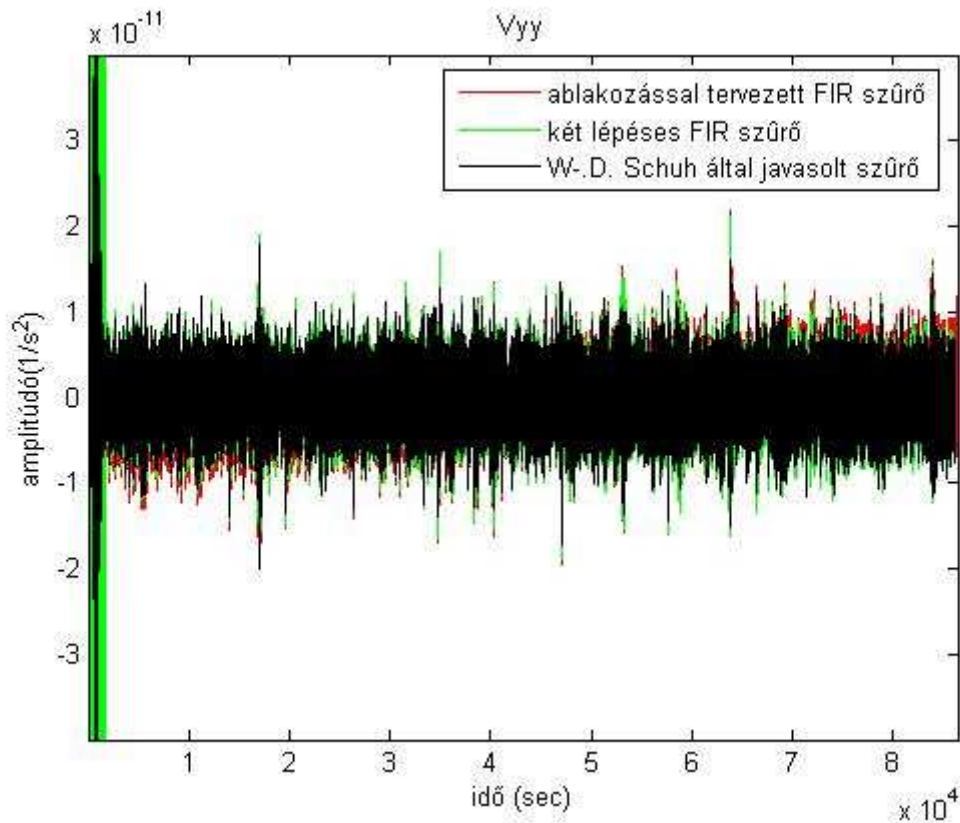


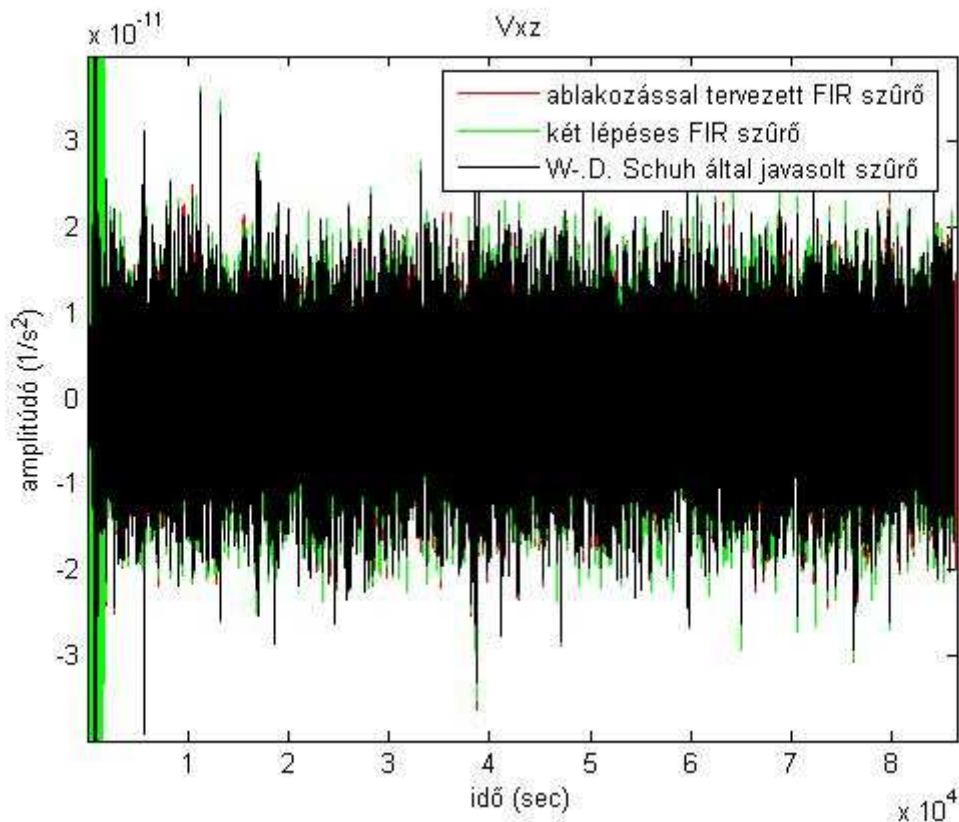
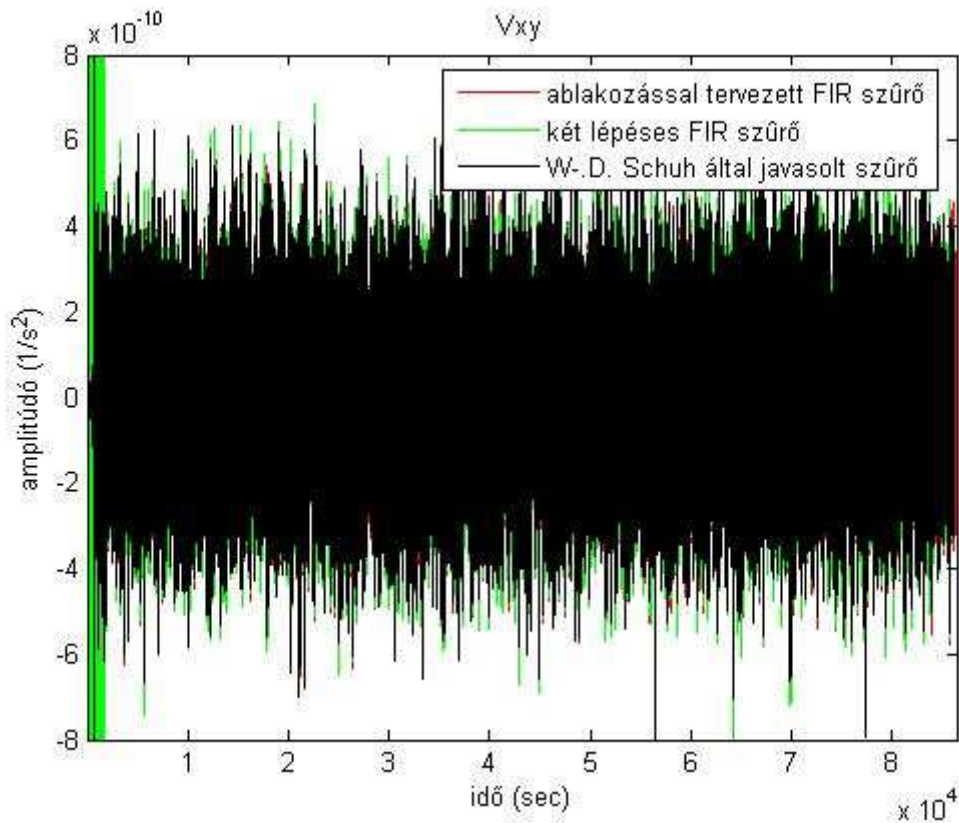


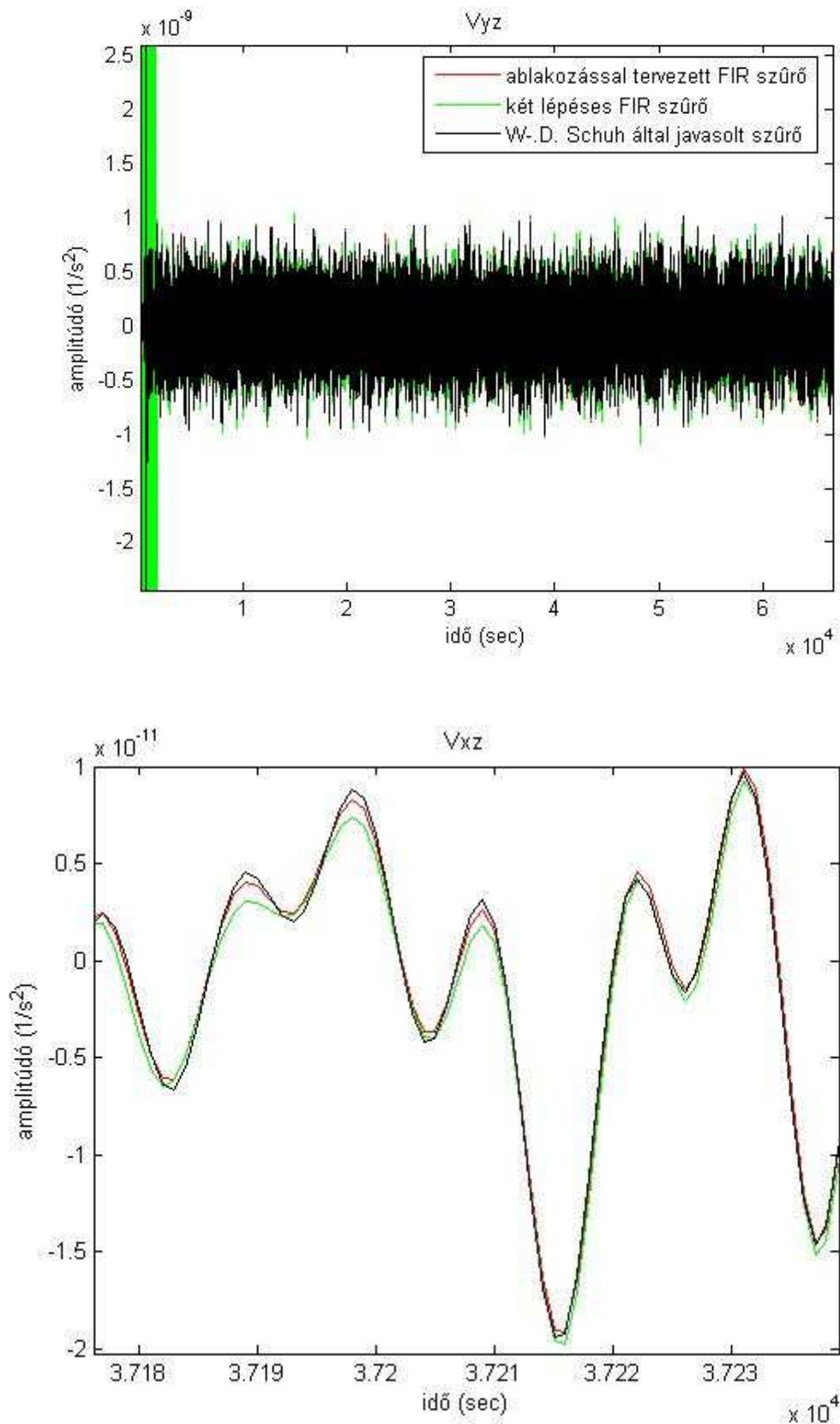


Megfigyelhető, hogy a különböző irányokban a jelalak más, egyeseknek lineáris trendje is van, de ez csak elegendően nagy léptékben ábrázolva jeleníthető meg (fontos: mindig figyeljük a koordinátatengelyek osztását!). Akkor megfelelő a szűrés, ha a trend és a nagy ingadozások nem jelentkeznek a szűrt jelen. Az alábbi ábrákon bemutatjuk a 6.3. alponban összehasonlított szűrők használatával előállított MBW-be szűrt jeleket:









25. ábra. A szűrt jel egy része, a három szűrő által előállított jel szinte azonos.

Az ábrákon megfigyelhetjük, hogy a szűrés megfelelő módon megvalósult, mindhárom szűrő közel azonos teljesítményt mutat, majdnem tökéletesen fedik egymást az egész időtartományban (25. ábra). Ez azért jelentős, mert lényegesen kevesebb együttműködéssel tudtuk biztosítani, a közel ugyanolyan, sőt egyes helyeken (lásd MBW határfrekvenciái) jobb eredményt.

7. Értékelés

A TDK munka célkitűzése az HPF egyes lépéseinek megvalósítása, vizsgálata, valamint optimális digitális szűrő tervezése volt. A kezdeti fő célt, a szűrőtervezést szem előtt tartva végeztük el az előfeldolgozást, melynek eredményei önállóan is értékesek, további kutatások alapját adhatják. Az előfeldolgozott adatok könnyű felhasználhatóságát biztosítandó, spektrális szűréssel kiszűrtük a számunkra értékesnek nem tekinthető (MBW-n kívüli) adatokat. A szűréshez önálló specifikáció alapján javasoltunk szűrőket, majd ezeket összevetettük a jellemző tartományokban és határaikon a nemzetközileg elismert változattal. Bemutattuk, hogy több különböző eljárással általunk tervezett szűrő, a kritikus frekvenciákon jobban közelíti az ideális átvitelt, mint a hivatalosan is elfogadott W.-D. Schuh által ajánlott szűrő. Továbbá bizonyítottuk, hogy kevesebb együttthatóval (művelettel, erőforrással) is képesek vagyunk igen jól közelítő szűrőt tervezni.

A továbbiakban a specifikáció finomítását érdemes lenne a teljes adatsoron elvégezni, esetleg további tervezési módszereket vizsgálni.

Irodalomjegyzék

[ESA honlap]: Európai Űrügynökség honlapja

(<http://www.esa.int/esaCP/index.html>)

[Floborghagen, Rune (2010)]: A GOCE műhold gravitációs térerő méréseinek tudományos jelentősége, előadás a „Magyar Tudomány Ünnepe 2010” központi rendezvényén, Pécs, Pécsi Akadémiai Bizottság székháza, 2010. november 12.

[Frey Sándor (2009)]: A tökéletes súlytalanság, Űrvilág.hu úrkutatási hírportál
(http://www.urvilag.hu/dev/nyeresege_a_kontinensnek/20090601_a_tokeletes_sulytalansag)

[Földvály Lóránt (2005)]: A 2000-es évek első évtizede: a gravimetriai műholdak korszaka, Magyar Geofizika, 45.évf. 4. szám

[Földvály Lóránt (2010)]: A GOCE műhold gradiométere, GOCE Kiállítás, Pécs, Tudásközpont, 2010. november 8-19.

[Gruber, Th.; Abrikosov O.; Hugentobler U. (2009)]: High Level Processing Facility - GOCE Standards

[Gruber, Th.; Rummel, R.; Abrikosov, O.; van Hees, R. (2009)]: High Level Processing Facility - GOCE Level 2 Product Data Handbook

[Laky Sándor (2007)]: GRACE gyorsulásmérési adatok feldolgozása és vizsgálata idő- és frekvenciatartományban, diplomamunka

[Simonyi Ernő (1984)]: Digitális szűrők, A digitális jelfeldolgozás alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest

[Sujbert L., (2008)]: Digitális szűrők, Kézirat, a "Digitális jelfeldolgozás" című jegyzet 6. fejezete, BME MIT Tanszék, MIT-VIMM4084-01

[Szűcs Eszter (2009)]: Asztrogeodéziai függővonal-elhajlások és nagyfelbontású geopotenciális modellek alkalmazása a GPS-szel végzett magasságmeghatározásban, diplomamunka