

A GOCE MŰHOLD GRAVITÁCIÓS GRADIENS MÉRÉSEI- NEK SZŰRÉSE ÉS PONTOSSÁGI KÉRDÉSEI

Földváry Lóránt*, Sujbert László**, Polgár Zsuzsanna***



On the filtering of GOCE gravitational gradients and related accuracy aspects – The 3-axes gradiometer of the GOCE provides the 6 independent gravitational gradients with 1s sampling by differential accelerometry. The measurements are performed in a gradiometer fixed reference frame, while usually some Earth-fixed reference frame is applied for geosciences. The GOCE gradiometer and the orbit configuration provide highly accurate gradients in the 5-100 mHz frequency band, which is considered to be the bandwidth of the useful gradiometric signal. The study delivers an optimal filter design for GOCE gravitational gradients, and an analysis of how the accuracy of the gradient tensor elements influenced by coordinate transformations.

Keywords: GOCE, gravitational gradients, coordinate transformation, filtering, error propagation

A GOCE műhold háromtengelyű gradiométere differenciális gyorsulásméréssel másodpercenként méri a gravitációs gradiens 6 független komponensét. Míg a mérések egy a gradiométer szerkezetéhez rendelt koordinátarendszerben történnek, földtudományi alkalmazások általában a gradienseket valamely Földhöz kötött koordinátarendszerben használják. A GOCE fedélzeti műszere a gravitációs gradienseket az 5-100 mHz frekvenciasávban szolgáltatja nagy pontossággal. Tanulmányunkban egyrészt kísérletet teszünk optimális sáváteresztő szűrő tervezésére, másrészt megvizsgáljuk, hogy a szűrt jel hogyan reagál az esetleges koordináta-transzformációkra.

Kulcsszavak: GOCE, gravitációs gradiens, koordináta transzformáció, szűrés, hibaterjedés

1 Bevezetés

A GOCE műhold nyers, ún. „Level-1” szintű észlelési adatait első lépésben zömmel visszafordítható, információvesztéssel nem járó feldolgozási lépéseknek vetik alá, amelyek eredményei az ún. „Level-2” adatok. Ezen adatszinten rendelkezésre állnak pontos pályaadatok és mért gravitációs gradiensek egyaránt. Mindkét adattípus előfeldolgozott, ami annyit tesz, hogy az adatok durvahibaszűrésen és egyéb ellenőrzéseken estek át, amelyek eredményei alapján az adatokat különböző minősítésekkel (minősítő jelölő zászlók formájában) látják el. Fontos megjegyezni, hogy az előfeldolgozási lépésekről egész pontos leírás és megfelelő dokumentáció áll a felhasználók rendelkezésére. Egy másik, gyakorlati aspektusból fontos tulajdonsága a „Level-2” adatoknak, hogy ezek már könnyen hozzáférhetők. Így ezeket tekinthetjük a felhasználók számára a hiteles mérési adatoknak.

A legtöbb magasabb szintű, földtudományi felhasználó számára a pályaadatok és a mért gravitációs gradiensek közvetlenül nem hasznosíthatók, sokkal inkább konkrét nehézségi erőter modell formájában tudja a GOCE méréseit felhasználni. Nehézségi erőter modelleket és egyéb kapcsolódó adatokat „Level-3” szintű adatként bocsátanak a szakma rendelkezésére. Ezekhez viszont már nem egyértelmű lépések vezetnek, amelyek során az információvesztés elkerülhetetlen, és az adatok statisztikai és spektrális tulajdonságai megváltoznak.

Cikkünkben a mért, „Level-2” típusú gravitációs gradienseknek azon tulajdonságait tekintjük át, amelyek alapvetően, elvi szinten is befolyásolják a geodéziai célú feldolgozás módját, elméleti korlátokat szabva a feldolgozási módszer kialakítására vonatkozóan. Megjegyezzük, hogy az általunk vizsgált jelenségek általános érvényűek, tehát minden megoldási módszert befolyásolnak, függetlenül attól, hogy a nehézségi erőter modell meghatározásának milyen elméleti háttere van.

*BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.

E-mail: fl@sci.fgt.bme.hu

**BME Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék, 1117 Budapest, Magyar tudósok körútja 2.

E-mail: sujbert@mit.bme.hu

***BME Építőmérnöki Kar, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.

E-mail: zsu.polgar@gmail.com

A gradiens mérési eredmények sávkorlátos jellege az egyik ilyen tulajdonság. Műhold pálya mentén végzett mérésekről általánosságban elmondható, hogy pontos mérések csak egy adott frekvenciasávban végezhetők. Ezt a frekvenciatartományt mérési sáv szélességnek nevezzük. A GOCE esetében is ismert egy frekvenciasáv, amelyen belül a mérések megbízhatóak, még akkor is, ha vizsgálatokkal kimutatható, hogy ezen adott frekvenciasávon kívül is tartalmaznak hasznos információt. Jelen tanulmány kizárólag a mérési sávban található információra korlátozódik.

A „Level 2” gravitációs gradiensek másik, a feldolgozást elvi szinten befolyásoló tulajdonsága a mérések koordináta-rendszerével kapcsolatos. A mérnöki gyakorlattal ellentétben, amely elsősorban helyi, független magassági és vízszintes koordinátákkal operáló vonatkoztatási rendszereket alkalmaz, a műholdas geodézia számára a természetes vonatkoztatási rendszert egy Föld tömegközéppontú, inerciális rendszer jelenti. Az egyik rendszerből a másikba az átjárhatóság matematikailag egyértelműen megoldott, rutinfeladatnak tekinthető. A GOCE esetében a koordináta-transzformáció azonban kihathat a feldolgozási módszerre, mint azt a későbbiekben látni fogjuk.

2 GOCE

A 2009. március 17-én pályára állított GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) az Európai Űrügynökség (ESA – European Space Agency) „Living Planet” nevet viselő programjának első műholdas küldetése (ESA 1999, Drinkwater et al. 2003). A GOCE a gravitációs gradiometria műholdas megvalósulása (Rummel et al. 2011), mely számos geodéziai, geofizikai és geodinamikai alkalmazás, felhasználás számára jelent alkalmas alapadatot (ESA 1999, Nagy et al. 2002, Papp 2001, Rummel 2002a és 2002b, Földvály 2004, Papp et al 2009), akár regionális méretekben is (Rummel et al. 2002, Benedek és Papp 2009). A GOCE feladata egy részletes felbontású és nagy pontosságú nehézségi erőter modell előállítás, bolygónk gravitációs terének minden korábbi műholdas megoldásnál részletesebb felbontású feltérképezése (ESA 1999).

A jó felbontás drasztikusan alacsony műholdpályával érhető el. A GOCE pálya minimális magassága csupán 254,9 km (Somodi és Földvály 2011). Ebben a magasságban a műhold mozgását jelentős mértékben befolyásolja a légkör felső rétegeinek fékező hatása, ami már a műholdtest rakétákra emlékeztetően áramvonalas kialakításában is meglátszik. A GOCE keringését az atmoszferikus fékezéssel kívül egyéb disszipatív erők is befolyásolják (Nap sugárnyomása, Földről származó sugárzás, stb.), amelyek következetesen csökkentik a műhold energiaszintjét, ezért figyelembevétel-ükről gondoskodni kell. Ezt egy új technikai megoldással végzik: a disszipatív erők integrált hatását a műhold folyamatosan méri, és valós időben ennek megfelelő mértékű és ellentétes irányú gyorsítással reagál, tehát a GOCE esetében kompenzációval veszik figyelembe a hatást. Ezzel a műhold látszólag a disszipatív erőhatásoktól mentesen kering, pályája egy vákuumban szabadon eső test pályagörbét mutatja.

A pálya alakja így a Föld és egyéb égitestek tömegvonzásának hatásait tükrözi, ezért önmagában is hasznos mérési mennyiség, amit értelemszerűen ki is használnak. A GOCE esetében a pálya meghatározása részben a GPS-műholdakra végzett magas-alacsony műhold-műhold követés (High-Low Satellite-to-Satellite Tracking; High-Low SST) eljárással történik. A műhold-műhold követés elrendezésben a magas pályájú műhold szerepét a kb. 20 ezer km magasságon keringő, a GOCE-nál lényegesen stabilabb pályájú GPS műholdak töltik be. Az alacsony pályájú műhold (Low Earth Orbiter, LEO) ebben az elrendezésben pedig maga a GOCE (Rummel et al. 2011, Földvály 2004).

A GOCE elsődleges mérési mennyisége a nehézségi erőter meghatározásának céljára a műholdra elhelyezett speciális műszer, a gradiométer mérési adatai. A műholdas gravitációs gradiometria (Satellite Gravity Gradiometry, SGG) segítségével érhető el 100 kilométer körüli félhullámhosszúságú térbeli felbontással 1 mGal pontosságú gradiens, illetőleg 1-2 cm pontosságú geoid (Rummel et al. 2011).

A GOCE fedélzeti gradiométere felépítését tekintve 3 pár egymásra merőlegesen elhelyezett háromtengelyű gyorsulásmérőből áll. Egy-egy irányban a karok 50 cm hosszúak, amelyek végein gyorsulást mérve, a gravitációs gradiens képezhető (pl. Rummel 2002a és 2002b, Rummel et al. 2002).

A gradiens értékek pontossága a gradiométer két tengelye mentén, a mérési sáv szélességén belül $10\text{--}12 \text{ mE}/\sqrt{\text{Hz}}$, míg a harmadik tengely kisebb érzékenységgű, mintegy $20\text{--}25 \text{ mE}/\sqrt{\text{Hz}}$ (Bouman et al. 2011). Az Eötvös-tenzor főátlójában elhelyezkedő három gradiens (V_{xx} , V_{yy} , V_{zz}), valamint a V_{xz} gradiens értéke nagy pontossággal meghatározott, míg V_{xy} és V_{yz} értékei kisebb pontosságúak. Ez nem a gradiométer kialakításának hiányossága, hanem a földfelszíni kalibrációs eljárások elkerülhetetlen elvi nehézségéből adódik. A kalibráció során ugyanis az egyik tengely nagyságrendekkel nagyobb gyorsulásnak van kitéve, mint az arra merőleges irányokban (Bouman et al. 2009).

A műszer technikai paraméterei, továbbá a pálya kialakítása következtében rendkívüli pontosságot csak a korábban már említett mérési sávban lehet elérni, amely a GOCE esetében $5\text{--}100 \text{ mHz}$ mérési frekvenciatartományba esik.

A fentiekben a gravitációs gradiensek kapcsán használt x , y és z tengelyek gradiométerhez kötött rendszerben értendők. Ezt, továbbá a feldolgozás során előforduló egyéb koordináta-rendszereket a következő részben tekintjük át (Gruber et al. 2010). Tekintve a téma nemzetközi jellegét, az ismert koordináta-rendszerek megnevezését nem fordítottuk le, elősegítve az érdeklődők tájékozódását a GOCE adatbázisokban.

3 Alkalmazott koordináta-rendszerek

GRF – Gradiometer Reference Frame: A GOCE gradiométeréhez kötött koordináta-rendszer, amelyben az Eötvös-tenzor elemeinek mérése valójában zajlik. Középpontja a gradiométer tömegközéppontja, tengelyei a gradiométer karjainak felelnek meg. A gradiométer x tengelyét a lehetőségek szerint a műhold sebességvektorának az irányában tartják, a z tengelye erre merőlegesen lefelé mutat, az y tengely pedig a másik két tengelyre merőleges úgy, hogy az irányvektorok jobbsodrású rendszert alkotnak.

LORF – Local Orbital Reference Frame: A műhold névleges tömegközéppontjához rendelt rendszer, amelyben az x tengely a pillanatnyi sebességvektor irányvektora, az y tengely párhuzamos a keringés impulzuszórájának vektorával, a z tengely pedig párhuzamos a két másik tengely által kifeszített sík normálisával és a Föld középpontjától kifelé mutat.

IRF – Inertial Reference Frame: Középpontja a Föld tömegközéppontja, az x tengely a Tavaszpont irányába mutat, a z tengely a Föld forgástengelyével párhuzamos, az y tengely helyzete jobbsodrású rendszerként meghatározható.

EFRF – Earth-Fixed Reference Frame: Középpontja a Föld tömegközéppontja, x tengelye az egyenlítői síkban a Greenwich-i meridiánhoz kötött, z tengelye a Föld forgástengelyével párhuzamos, az y tengely helyzete a jobbsodrású rendszerből következik. Az EFRF a Föld forgási ciklusával együtt mozgó rendszer.

LNOF – Local North Oriented Frame: Az LNOF egy topocentrikus koordináta-rendszer, amely az észak-nyugat-felfelé irányokat használja. Középpontja a műhold névleges tömegközéppontja, z tengelye a Föld középpontjától kifelé mutató helyi függőleges irány, y tengelye párhuzamos a műhold tömegközéppontján átmenő meridián síkjának normálvektorával és nyugatra mutat, x tengelye párhuzamos az y és a z tengely által definiált sík normálisával, és a jobbsodrásnak megfelelően északra mutat.

Az egyes mérések LNOF-ben, GRF-ben illetve EFRF-ben adottak, így az egyes rendszerek közötti transzformáció lehetőségét biztosítani kell. Valamennyi transzformációra megoldást nyújtanak a „Level-2” adatok.

A LORF pályamenti koordináta-rendszer jó közelítéssel azonosítható a GRF rendszerrel, mivel a GOCE gradiométer mozgását folyamatos, valós idejű pályakorrekciókkal a pálya irányítottágával megegyezően alakítják ki. A pályakorrekciók szükséges mértékét a fedélzeti indukciós mágneses tekercsek mérései alapján valós időben határozzák meg, amelyek segítségével a két rendszer egyezése $\pm 3.5^\circ$ -ra biztosított.

A mért gradiensek GRF-ben adottak, hagyományosan, geodéziai célra LNOF-ben használjuk őket. A két rendszer közötti transzformáció az alábbi módon oldható meg: GRF \rightarrow IRF, IRF \rightarrow EFRF, végül EFRF \rightarrow LNOF.

A GRF→IRF transzformáció a mért gravitációs gradiens adatokkal, az ún. EGG_NOM_2 adatbázisban kvaterniók formájában adott (Gruber et al. 2010). A kvaterniók időszora a gradiens adatokkal megegyező GPS-időpontokra vonatkozik.

Az IRF→EFRF transzformáció a pályaadatokkal együtt, tehát az SST_PRM_2 adatbázisban található, ugyancsak kvaterniók formájában (Gruber et al. 2010). A pályaadatok mintavételezése eltér a mérések mintavételezésétől, ezért a transzformáció céljára ez utóbbi kvaterniókat interpolálni kell a gradiens mérések GPS-időpontjára.

Végül az EFRF→LNOF transzformáció a jól ismert forgatási mátrix segítségével, rutinszerűen megoldható (ld. Gruber et al. 2010).

4 Felhasznált adatok

A tanulmányban egyetlen tesz napra, 2009. november 2-re végzett vizsgálatokat mutatunk be. Kiinduló adatként „Level-2” szintű adatokat használtunk. A „Level-2” gradiens nagyságrendileg néhány E (Eötvös) értékűek. A tesz napra vonatkozó gradiens nagyságának becslését a 1. táblázat második oszlopa mutatja. A nagyság becslése a jel négyzetes középértékének (jelvarianciának) gyökével történt.

A gradienshez a becsült középhibákat (szórást, a hibavariancia gyökét) a harmadik oszlopban mutatjuk. A táblázatban szereplő mért gradiens pontossága a 10 mE nagyságrendbe esik, két kivétellel, az xy és az yz gradiens esetén a pontosság pár 100 mE értékű a korábban említett okok miatt. Látható ugyan, hogy valamennyi középhiba nagyságrendekkel kisebb a jel nagyságánál, ez azonban önmagában nem teljesen mérvadó. Mivel a mért jelből hasznosnak a korábbi ismereteinkhez képesti új információ tekinthető, a GOCE gradiens középhibáit az eddigi legjobb modellhez, mint eddigi ismereteinkhez érdemes hasonlítani. Ezt az összehasonlítást a GOCE pálya mentén az EGM 2008 modellből (Pavlis et al. 2012, Szűcs 2012) számolt gradiens levonásával képeztük

$$\text{reziduál} = V_{ij}^{GOCE} - V_{ij}^{EGM2008} . \quad (1)$$

A reziduál jel esetén látható (1. táblázat 4. oszlopa), hogy míg a legtöbb esetben nagyobb, mint a mérések középhibája, tehát a GOCE mérések ténylegesen érdemi információt szolgáltatnak, a két pontatlanabb gradiens esetén a pontosság a reziduál jel nagyságrendjébe esik. Ezért a gyakorlati feldolgozás során érdemes a két pontatlanabb gradienst függetlenül, külön kezelni a többi, nagyobb pontosságú gradienstől.

5 Szűrőtervezés

A „Level-2” szintű mérési adatok a mért nyers feszültségingadozásokból immár gravitációs gradiensékké konvertált mennyiségek. A gyakorlati felhasználás számára mégis komoly nehézséget okoz a nehézségi erőterre vonatkozó, megfelelő pontosságú információ kinyerése, mivel a mérések a teljes frekvencia-spektrumon eltérő pontossággal bírnak.

1. táblázat. A mért gravitációs gradiens statisztikai jellemzése 2009. november 2-án. Mértékegység: mE

	jel nagysága	középhiba	reziduál jel nagysága
V_{xx}	7639.02	±61.31	528.18
V_{yy}	7382.27	±37.74	166.13
V_{zz}	15572.06	±50.53	597.22
V_{xy}	1422.73	±319.81	426.12
V_{xz}	17809.46	±50.70	464.10
V_{yz}	23154.15	±471.30	874.69

A feladat egyrészt a feldolgozási módszer frekvenciafüggővé tétele, másrészt maguknak a kiinduló adatoknak az optimális szűrése. Bármilyen szűrési eljárást válasszon is a felhasználó, a szűrés következtében a mért gradiensek mindenképpen információveszteségen mennek keresztül. Jelen részben egy, a nehézségi erőterre vonatkozó információ kinyerése szempontjából optimális szűrő tervezését ismertetjük.

A szűrőre vonatkozó specifikációkat Schuh et al. (2010) tanulmánya alapján állítottuk fel, amelyet ésszerű megfontolások alapján további feltételekkel egészítettünk ki. A szűrőspecifikációk a 2. táblázatban láthatók.

Schuh et al. (2010) véges impulzusválaszú (Finite Impulse Response; FIR) szűrőt javasolt és használt, amellyel hasonló képességű további FIR szűrők előállíthatóknak bizonyultak, de annál látványosan jobb megoldást nem sikerült szolgáltatnunk, ezért végtelen impulzusválaszú (Infinite Impulse Response; IIR) szűrővel oldottuk meg a feladatot (Polgár et al. 2013). Az alábbiakban mindkét megoldást bemutatjuk.

Schuh et al. (2010) megoldása a klasszikus ablakozásos szűrőtervezés egy alkalmazása (Parks és Burrus 1987). A szűrő lineáris fázisú (szimmetrikus), 2001 együtthatót tartalmaz. A zárótartományban egyenletes az ingadozása, de az áteresztőtartományban nem, ez a határfrekvenciák közelében megfigyelhető Gibbs-oszcilláció miatt van. A szűrő további értékelését a saját tervezésű IIR-szűrővel összehasonlítva adjuk meg.

A FIR-szűrők előnye a lineáris fázisátmenet, ezáltal alakhű átvitel valósítható meg, hátránya azonban a szűrőparaméterek nagy száma. Az IIR szűrőkről elmondható, hogy kevés paraméterrel is összetett feladat megoldására képesek, a fázismenetük azonban nem lineáris. Az IIR szűrő kedvezőtlen, nemlineáris fázismenete azonban nem okoz gondot, ha a szűrendő mintasorozat offline rendelkezésre áll, mint a „Level-2” szintű mérési adatok esetén is (az adatok offline elérhetősége arra vonatkozik, hogy nem valós idejű szűrési feladatról van szó, hanem korábban rögzített mérések utólagos feldolgozásáról). Ez esetben az IIR szűrőt „oda-vissza” lehet alkalmazni, azaz a jelet meg kell szűrni a szokásos módon, majd a szűrés eredményeként kapott mintasorozatot „visszafelé”, az időben utolsó mintával kezdve is meg kell szűrni. A „visszafelé” szűrés amplitúdómenete megegyezik a normál szűrés amplitúdómenetével, fázismenete viszont a normál szűrés mínusz egyszerese. A teljes szűrési folyamat amplitúdómenete a megtervezett IIR szűrő amplitúdómenetének négyzete, fázistolása pedig zérus, amely alakhű átvitelt biztosít.

Az IIR szűrőt tehát fentieket figyelembe véve lehet tervezni (40 dB elnyomás, 0.025 dB ingadozás), amely segít az egyébként igen szigorú specifikáció teljesítésében. Ezen kívül az erősen aszimmetrikus sávszűrőt egy felül- és egy aluláteresztő szűrő soros kapcsolásával tervezzük, illetve valószínűsítjük meg. Az egyenletes ingadozás érdekében elliptikus közelítést alkalmaztunk. Ennek eredményeként a tervezett szűrő egy 5-ödrendű aluláteresztő és egy 9-edrendű felüláteresztő szűrő kaskádjaként áll elő. A tervezett IIR szűrő, valamint a Schuh-féle FIR szűrő amplitúdómenetét az 1. ábra szemlélteti (az IIR szűrő esetében valójában az oda-vissza szűrésből kapott amplitúdómenet négyzetét mutatjuk).

A függőleges, szaggatott vonalak a levágási frekvenciát jelölik (5 mHz, ill. 100 mHz). Az IIR szűrőt megvizsgálva látható, hogy az áteresztő tartományban ± 0.02 dB mértékű ingadozást mutat (Schuh-szűrő esetén ez mintegy ± 0.07 dB), míg a zárótartományokban az elnyomás mértéke 80 dB (a Schuh-féle szűrőhöz teljesen hasonlatosan). Szűrőnk ezzel teljesítette a specifikációban előírtakat (2. táblázat). A szűrők viselkedését vizsgálva az átmeneti tartományban azt tapasztaljuk, hogy az IIR szűrő jóval rövidebb átmenetet biztosít, mint a Schuh-féle FIR szűrő, továbbá az áteresztő tartomány szélein jóval kisebb a Gibbs-oszcilláció mértéke (az 1. ábrán ezek nem látszanak). Összességében az IIR szűrő viselkedése az átmeneti tartományban jóval kedvezőbbnek mondható.

2. táblázat. Szűrőspecifikáció

mintavételezési frekvencia	elnyomás a 0...5 mHz tartományban (zárótartomány)	elnyomás a 100...500 mHz tartományban (zárótartomány)	ingadozás az 5...100 mHz tartományban (áteresztőtartomány)
1 Hz	80 dB	80 dB	0.05 dB

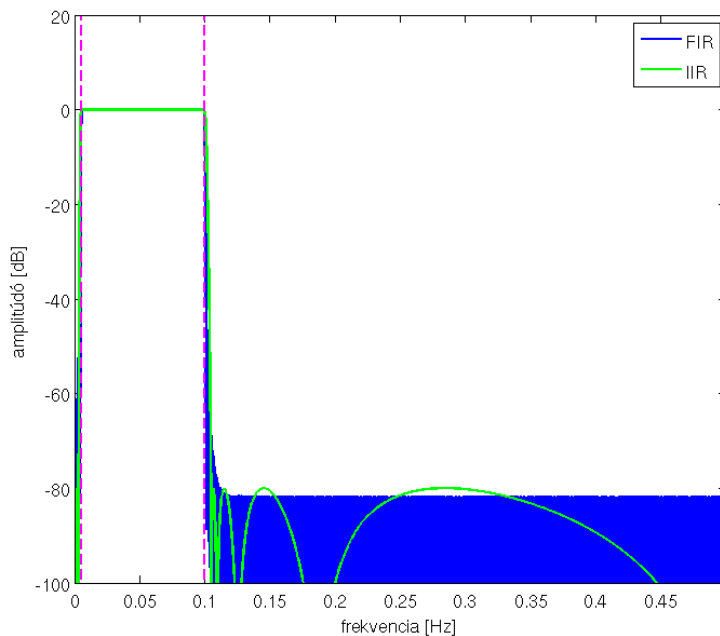
A továbbiakban alkalmazzuk is a szűrőt GOCE-mérésekre, amely célra a 2009. november 2-i méréseket használjuk. A szűrést a GRF-ben adott „Level-2” adatokon végezzük. A szűrések eredményét az időtartományban hasonlítjuk össze és jelenítjük meg a 2. ábrán. Mivel a teljes adatsort mutatta legfeljebb a kezdeti tranzienst eltérést lehet kivenni, a 3. ábrán ugyanezen idősoroknak egy véletlenszerűen kiválasztott részletébe nagyítottunk. A szűrt jeleket a 2. és a 3. ábrákon vizuálisan összehasonlítva nagyon hasonló képet tapasztalunk, különösen a fázisok terén nem látható eltérés.

Statistikailag megadjuk az egyes szűrt jelek, valamint azok különbségeinek a nagyságát a 3. táblázatban. A szűrt jelek nagyságát a jel négyzetes közepével jellemezzük. Látható, hogy a szűrt jelek nagyságához képest az egyes szűrőkkel kapott jelek mintegy egy nagyságrenddel kisebb eltéréseket eredményeznek.

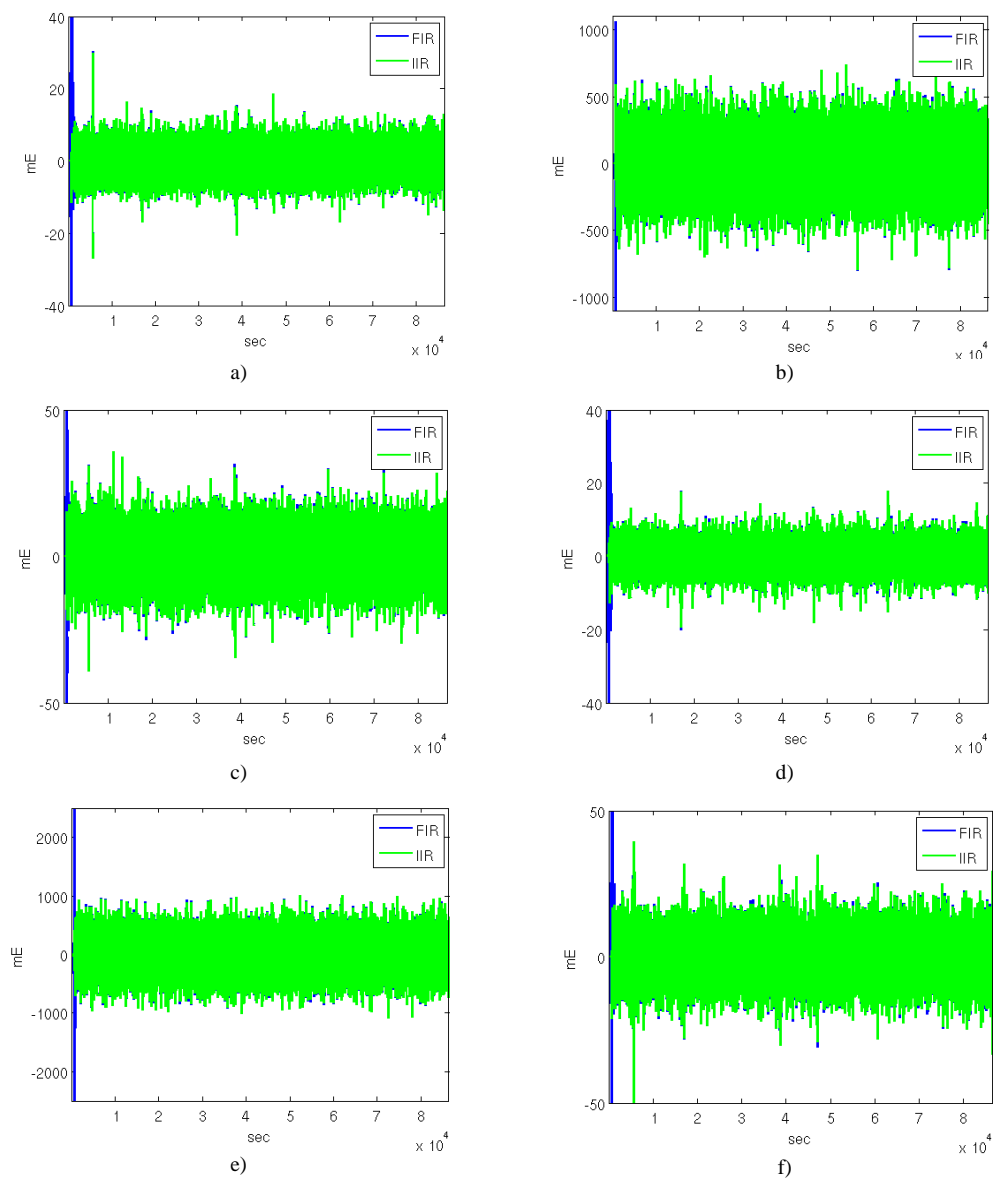
Látható, hogy két olyan szűrő áll rendelkezésünkre, amelyek megfelelnek a specifikációnak, és egymáshoz képest számottevő, mintegy 10%-kal eltérő eredményt produkálnak. Az amplitúdómenet tekintetében az IIR szűrő kedvezőbbnek tűnik. További összehasonlításként megemlítenénk az egyes szűrők együtthatóinak a számát, amely a szűrők számítási hatékonyságát, eleganciáját jellemzi. A FIR szűrő 2001 együtthatót, míg a két IIR szűrő kaszkádja összesen 30 együtthatót használ.

A következő részben az IIR szűrőt alkalmazzuk a 4. fejezetben bemutatott teszt nap, 2009. november 2-i idősoraira. Az 1. táblázat gravitációs gradiens értékeit a 3. táblázat szűrt gradiens értékeivel összehasonlítva látható, hogy a jel nagy részét, így a pályafrekvenciát is ki kell szűrni ahhoz, hogy a hasznos információtartalmat a mérési sávban előállítsuk. A 4. ábrán az egyes gradiens teljesítménysűrűség-spektrumát (PSD) mutatjuk. Az ábra alapján látható, hogy a mérési sávban a reziduál jel (ld. (1) egyenlet) közel azonos nagyságú.

Bouman et al. (2011) ismerteti az Eötvös-tenzor főátló elemeinek hibaspektrumát. Az egyes gradiens hibaspektruma egymáshoz nagyon hasonlatos (Bouman et al. 2011, 9. ábrája). A mérési sávban belül a hiba azonos nagyságúnak tekinthető, a V_{xx} és a V_{yy} gradiens esetén $11 \text{ mE}/\sqrt{\text{Hz}}$ értékű, ami megfelel az elvárásoknak, a V_{zz} esetén azonban értéke nagyobb, $20 \text{ mE}/\sqrt{\text{Hz}}$. A mérési sáv alatt, a magas frekvenciákon a hiba $1/f$ szerint csökken.

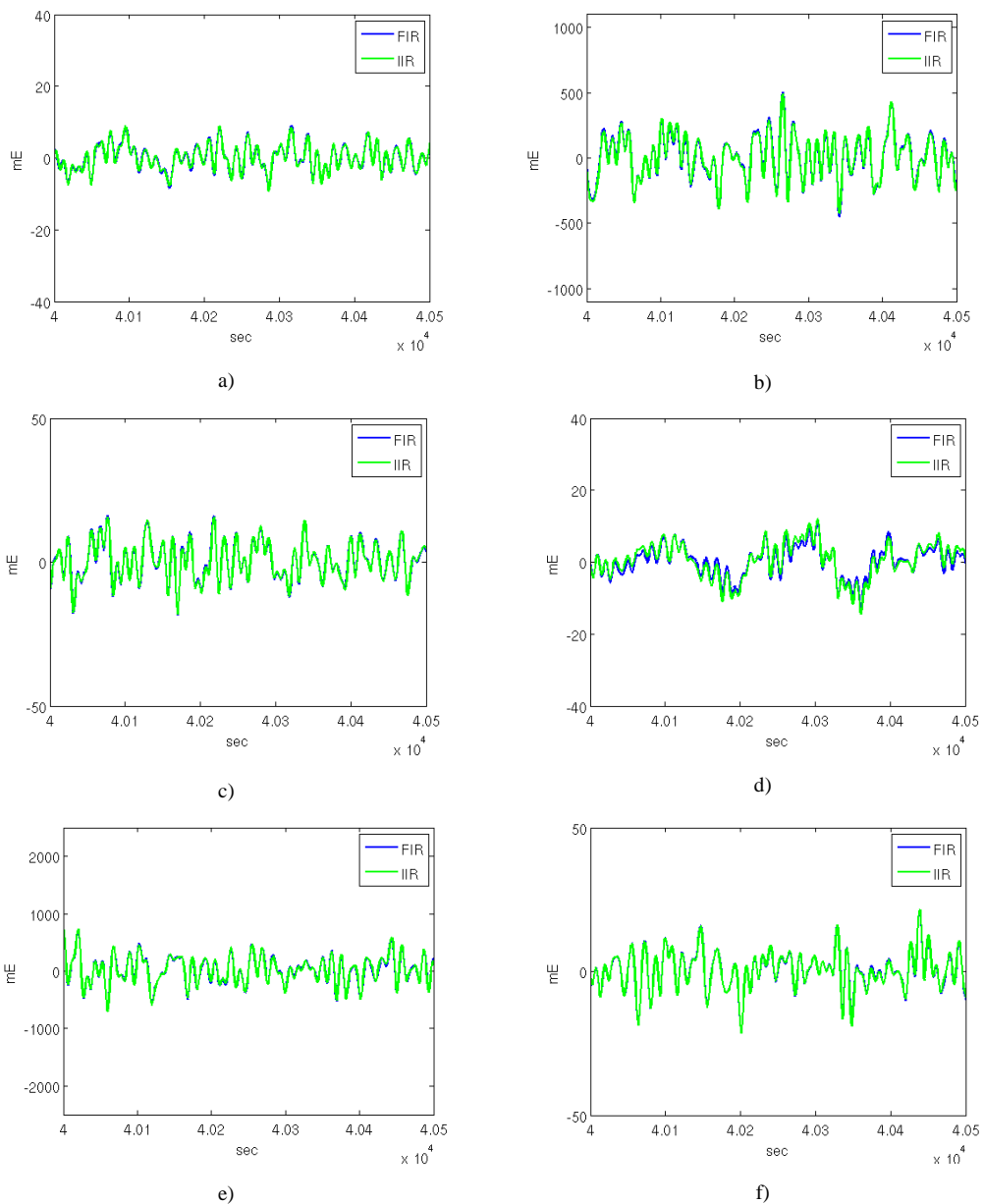


1. ábra. Az általunk tervezett IIR szűrő és a Schuh-féle FIR szűrő karakterisztikája



2. ábra. A szűrt, vagyis hasznos jelek összehasonlítása:
 a) V_{xx} , b) V_{xy} , c) V_{xz} , d) V_{yy} , e) V_{yz} , f) V_{zz}

Hibaterjedés szempontjából a szűrés hatásának megítélése alapvetően az alkalmazott szűrő kialakításától függ. Ha egy „tökéletes szűrőt” feltételezünk, akkor az elnyomási tartományban a jellel együtt a hibát is kiszűrtnek tekinthetjük. Ennek értelmében a szűrt gradiensek vonatkozásában a mérési sávban normális eloszlású hibát lehetne feltételezni. Megjegyezzük azonban, hogy valójában spektrális szivárgás alakulhat ki a szűrés során.

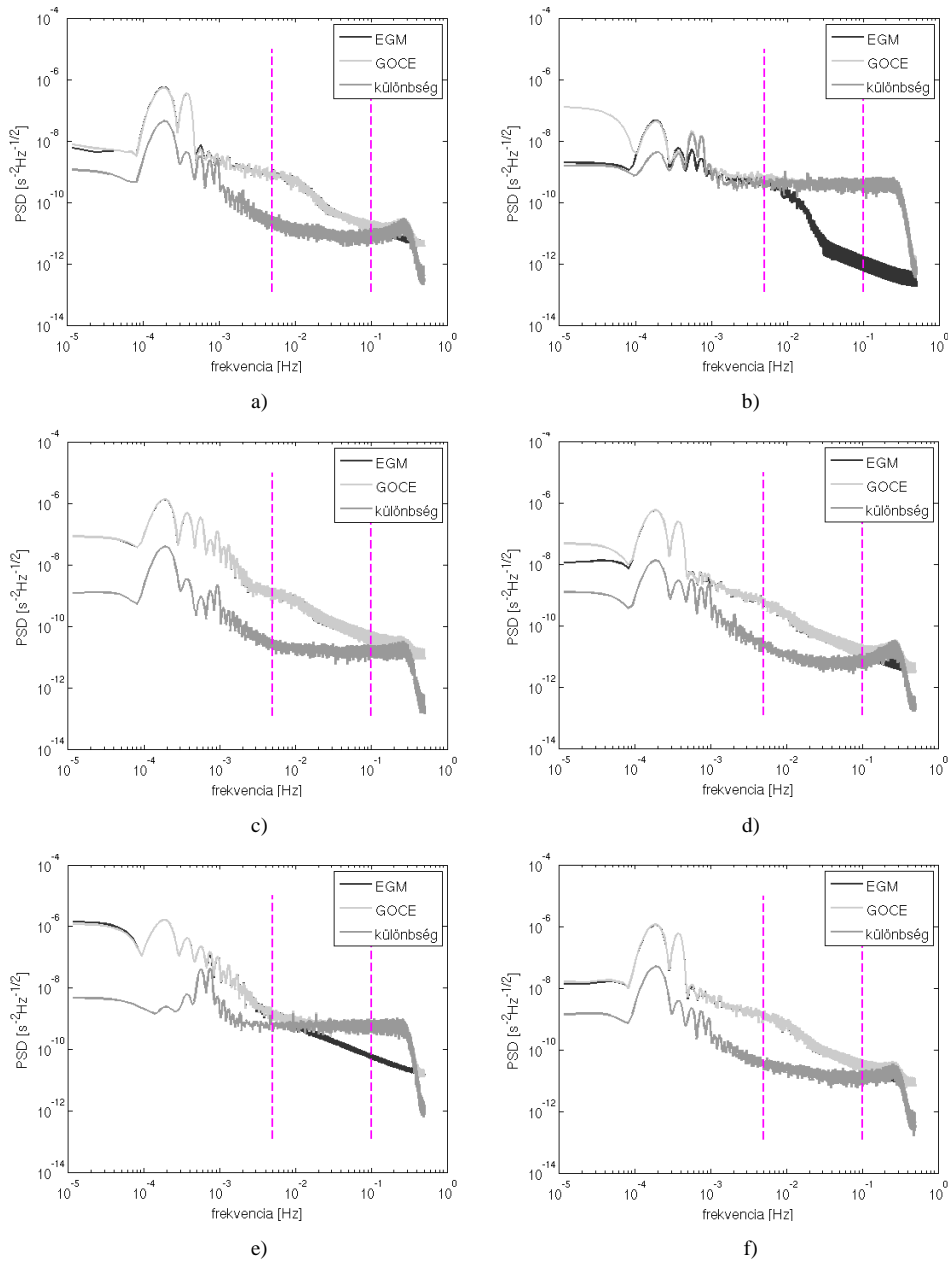


3. ábra. Véletlenszerűen kiválasztott időszakra vonatkozó szűrt adatok idősorainak összehasonlítása:

a) V_{xx} , b) V_{xy} , c) V_{xz} , d) V_{yy} , e) V_{yz} , f) V_{zz}

3. táblázat. A szűrt jelek statisztikai összehasonlítása. Mértékegység: mE

	IIR szűrő	FIR szűrő	A két szűrt jel eltérése
V_{xx}	3.67	3.65	0.34
V_{yy}	3.40	3.32	0.52
V_{zz}	6.78	6.72	0.68
V_{xy}	177.52	176.89	14.18
V_{xz}	6.96	6.92	0.60
V_{yz}	263.79	262.54	22.87



4. ábra. A mért gravitációs gradiensek („GOCE”) és az EGM2008 modellből számolt gravitációs gradiensek („EGM08”), valamint a kettő különbsége, a reziduál jel, amely a GOCE mérések hasznos információtartalmának tekinthető. A függőleges, szaggatott vonalak a levágási frekvenciát jelölik (5 mHz, ill. 100 mHz)
 a) V_{xx} , b) V_{xy} , c) V_{xz} , d) V_{yy} , e) V_{yz} , f) V_{zz}

5 A koordináta-transzformáció hatása a gradiensek középhibáira

A következőekben figyelembe vesszünk a mérési és a felhasználói koordinátarendszerek eltéréseit. Ezek között a transzformáció a 3. fejezetben ismertetett módon biztosítható. A GFR mérési koordináta-rendszerből az LNOF felhasználói rendszerbe a transzformáció az alábbi forgatási mátrixszal írható le:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^{GRF \rightarrow IRF} \cdot \mathbf{R}^{IRF \rightarrow EFRF} \cdot \mathbf{R}^{EFRF \rightarrow LNOF} . \quad (2)$$

Gradiensek forgatása a GRF rendszerből az LNOF rendszerbe a megfelelően felírt \mathbf{R} transzformációs mátrix segítségével az alábbi módon történik:

$$\mathbf{E}_{LNOF} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{E}_{GRF} \cdot \mathbf{R}^t . \quad (3)$$

Azt vizsgáljuk, hogy a GRF rendszerbeli középhibák (ld. 1. táblázat) hogyan terjednek a forgatási transzformáció során. E célból a középhiba törvénye alapján levezettük az Eötvös-tenzor elemeinek LNOF rendszerbeli középhibáját. A középhiba terjedésének összefüggése az alábbira adódott:

$$\sigma_{LNOF}^2 = (\mathbf{R} \circ \mathbf{R}) \cdot \sigma_{GRF}^2 \cdot (\mathbf{R}^t \circ \mathbf{R}^t) , \quad (4)$$

ahol a σ^2 a középhiba tenzorokat jelenti, míg a \circ operátor a Hadamard-szorzatot, vagy elemenkénti szorzatot jelöli (Vasziljevics 2005). A (4) összefüggés felhasználásával a 1. táblázat középhiba értékeit áttranszformáltuk LNOF rendszerbe, amely transzformációt a teszt napra, 2009. november 2-ra alkalmaztuk. A forgatás eredményeképpen a középhibák LNOF rendszerben a 4. táblázatnak megfelelően alakultak.

A 4. táblázat értékei mutatják, hogy az eddigi hibaeloszlás (4 gradiens esetén néhány 10 mE pontosság, és csupán 2 gradiens esetén néhány 100 mE pontosság) a forgatás következtében jóval homogénebb; csak a vertikális gradiens maradt változatlan, a többi gradiens esetében a pontos és pontatlan tengelyek hatása összemosódik, valamennyi gradiensben 100 mE nagyságrendű hibát generálva. Ez a teljes feldolgozhatóság egy nagyságrendnyi pontosságvesztését jelentené (vö. 1. és 4. táblázat értékeit).

Ezt a negatív hatást elkerülendő, hasznosabb lehet a felhasználók számára a feldolgozást a mérési, tehát a GRF koordinátarendszerben végezni, és a feldolgozás alapelveinek megfelelő összefüggéseket a GRF koordinátarendszerbe transzformálni. Ez ugyan valamelyest szokatlan összefüggéseket eredményez a nehézségi erőtér meghatározásában járatos felhasználók számára, de a pontatlan információ független kezelhetősége miatt mindenképpen előnyös eredményekre vezet.

4. táblázat. A gravitációs gradiensek statisztikai jellemzése LNOF-ben 2009. november 2-án. Mértékegység: mE

	jel nagysága	középhiba
V_{xx}	7912.01	± 132.20
V_{yy}	7241.21	± 125.57
V_{zz}	15099.81	± 50.72
V_{xy}	74.65	± 297.08
V_{xz}	5845.79	± 177.01
V_{yz}	170.42	± 439.71

6 Összefoglalás

Tanulmányunkban láthattuk, hogy mind a mérések sávkorlátos jellege, mind a felhasználók számára megfelelő koordinátarendszer alkalmazásának igénye a korábbiaktól eltérő szemléletű feldolgozást kíván. A probléma megoldását a feldolgozás *összefüggéseinek* mérési koordinátarendszerbe transzformálása és mérési sávra szűrése jelenti. Ezzel a feldolgozás alapelve eltávolodik a korábbi, fizikai szemlélettel értelmezhető, általában a klasszikus megmaradás-törvényeken alapuló megoldási sémáktól (Földváry és Wermuth 2005).

A szűrőtervezés során azt tapasztaltuk, hogy a szűrőspecifikációknak megfelelő szűrő előállításuk egymástól akár 10%-kal eltérő eredményeket is adhat. Ez azt bizonyítja, hogy továbbra is érdemi feladat kísérletet tenni egy megfelelő szűrő tervezésére, hiszen a hivatalos feldolgozás által elfogadott szűrő (Schuh et al. 2010) kizárólagos létjogosultsága nem bizonyított.

Közzönetnyilvánítás. A tanulmány a K-106118 számú OTKA projekt támogatásával készült.

Hivatkozások

- Benedek J, Papp G** (2009): Geophysical Inversion of On Board Satellite Gradiometer Data: A Feasibility Study in the ALPACA Region, Central Europe. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 44(2), 179-190.
- Bouman J, Rispens S, Gruber T, Koop R, Schrama E, Visser P, Tscherning C, Veicherts M** (2009): Preprocessing of gravity gradients at the GOCE high-level processing facility. *Journal of Geodesy*, 83, 659–678.
- Bouman, J, Fiorot, S, Fuchs, M, Gruber, Th, Schrama, E, Tscherning, Ch, Veicherts, M, Visser, P** (2011): GOCE gravitational gradients along the orbit. *Journal of Geodesy*, 85, 791–805.
- Drinkwater MR, Floberghagen R, Haagmans R, Muzi D, Popescu A** (2003): GOCE: ESA's first Earth Explorer Core mission. *Earth Gravity Field from Space – from Sensors to Earth Sciences* (szerk. Beutler GB, Drinkwater M, Rummel R, von Steiger R), *Space Sciences Series of ISSI*, 18, 419-432.
- ESA** (1999): Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission. ESA SP-1233(1), report for mission selection of the four candidate Earth Explorer missions, ESA Publications Division, Noordwijk, 217.
- Földváry L** (2004): A gravimetriai műholdak korszaka. *Magyar Geofizika*, 45(4), 118-124.
- Földváry L, Wermuth M** (2005): Gravity inversion techniques for High-Low SST applied to a simulated GOCE orbit. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 40(1), 1-13.
- Gruber T, Rummel R, Abrikosov O, van Hees R** (2010): GOCE Level 2 Product Data Handbook, Doc. Nr. GO-MA-HPF-GS-0110, Issue 4.3. 77.
- Nagy D, Papp G, Benedek J** (2002): The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy*, 76(8), 475.
- Parks T W, Burrus C S** (1987): Digital filter design. John Wiley & Sons, New York. ISBN: 0471828963, 368.
- Pavlis N K, Holmes S A, Kenyon S C, Factor J K** (2012): The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 117(B16), 4406, DOI:10.1029/2011JB008916
- Papp G** (2001): On some error sources of geoid determination. *Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik*, 26 (Special Issue), 167-179.
- Papp G, Szeghy E, Benedek J** (2009): The determination of potential difference by the joint application of measured and synthetic gravity data: a case study in Hungary. *Journal of Geodesy*, 83(6), 509–521.
- Polgár Zs, Sujbert L, Földváry L, Asbóth P, Ádám J** (2013): Filter design for GOCE gravity gradients. *Geocarto International*, in print, DOI:10.1080/10106049.2012.687401.
- Rummel R** (2002a): Gravity gradiometry: From Loránd Eötvös to modern space age. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 37(4), 435-444.
- Rummel R** (2002b): Gravitációs gradiometria: Eötvös Lorántól a modern űrkorszakig. *Magyar Geofizika*, 43(4), 145–150.
- Rummel R, Balmino G, Johannessen J, Visser P, Woodworth P** (2002): Dedicated gravity field missions – principles and aims. *Journal of Geodynamics*, 33(1–2), 3–20.
- Rummel R, Yi W, Stummer C** (2011): GOCE gravitational gradiometry. *Journal of Geodesy*, 85(11), 777–790.
- Schuh WD, Brockmann JM, Kargoll B, Krasbutter I, Pail R** (2010): Refinement of the stochastic model of GOCE scientific data and its effect on the in-situ gravity field solution. *Proceedings of the ESA living planet symposium* (szerk. Lacoste-Francis H), ESA Publications SP-686, 28. June–2. July 2010, Bergen, Norway, ISBN: 978-92-9221-250-6
- Somodi B, Földváry L** (2011): Application of numerical integration techniques for orbit determination of state-of-the-art LEO satellites. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 55(2), 99-106.
- Szűcs E** (2012): Validation of GOCE time-wise gravity field models using GPS-levelling, gravity, vertical deflections and gravity gradient measurements in Hungary. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 56(1), 3-11.
- Vasziljevics P V** (2005): Lineáris algebra, Elméleti matematika sorozat. Typotex Elektronikus Kiadó Kft, ISBN 978-963-9548-51-0. 248.

