Ütőhangszerek fizikai alapú modellezése

Albert Márton

Konzulens: Dr. Sujbert László

Hangszintézis technikák

- Cél:
  - Az ember számára fogyasztható régi/új hangok
  - Drága hangszer helyettesítése
- Jel alapú hangszintézis:
  - Hang leutánzása
  - Kevésbé összetetett, időben kevéssé változó hangokra, mindegy mi kelti a hangot.
- Fizikai alapú hangszermodellezés:
  - Hang keletkezésének leutánzása
  - Ha egyszerű a hangkeltési mechanizmus. Mindegy mennyire bonyolult a hang.

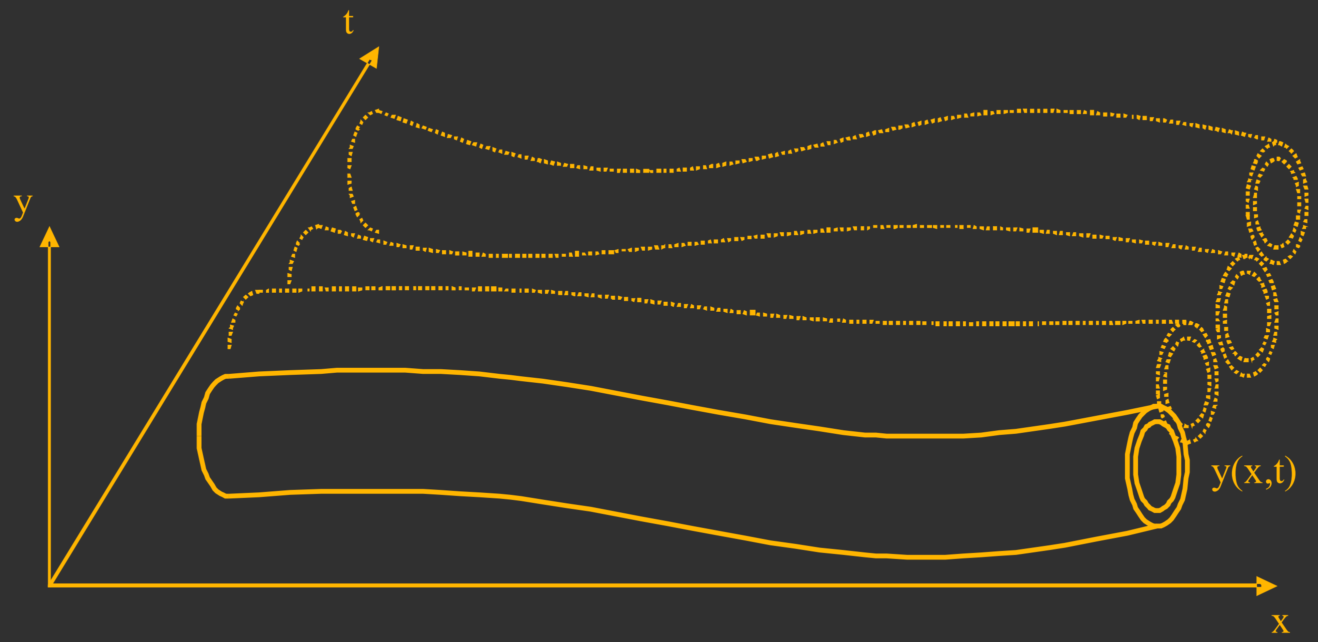
Fizikai alapú modellezés

A véges differencia módszer

- A hangkeltési mechanizmus
- Egyszerűsítések
- A mozgást leíró differenciálegyenlet
- Differenciálegyenlet diszkretizálása
- Lesugárzást leíró integrálegyenlet
- Peremelem módszer

A véges differencia módszer

A rúd veszteségmentes differenciálegyenlete



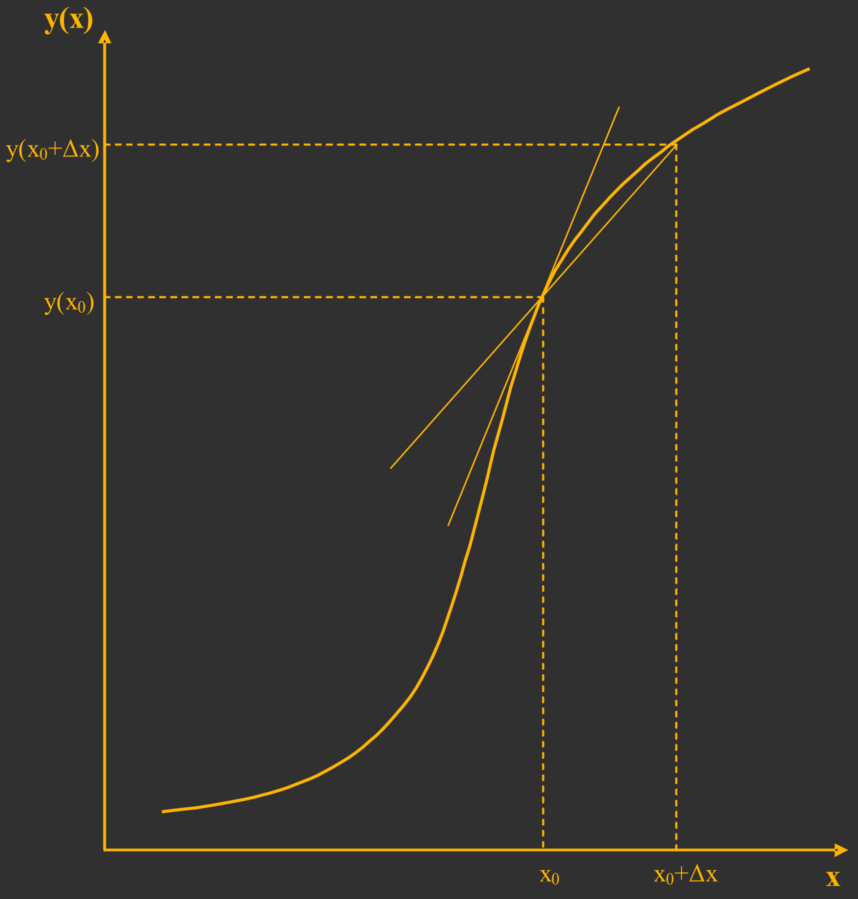
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\frac{EI}{\rho S}\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$$

A véges differencia módszer
A differenciálegyenlet diszkretizálása

$$y(x_0 + \Delta x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)}(x_0)}{i!} \Delta x^i$$

$$y(x_0 + \Delta x) \cong y(x_0) + \frac{dy}{dx}(x_0)\Delta x$$

$$\frac{dy}{dx}(x_0) \cong \frac{y(x_0 + \Delta x) - y(x_0)}{\Delta x}$$



A véges differencia módszer

A diszkretizált differenciálegyenlet

Teljesen hasonlóan:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}(x_0,t_0) \cong \frac{y(x_0+2\Delta x,t_0)-4y(x_0+\Delta x,t_0)+6y(x_0,t_0)-4y(x_0-\Delta x,t_0)+y(x_0-2\Delta x,t_0)}{\Delta x^4}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x_0,t_0) \cong \frac{y(x_0,t_0+\Delta t)-2y(x_0,t_0)+y(x_0,t_0-\Delta t)}{\Delta t^2}$$

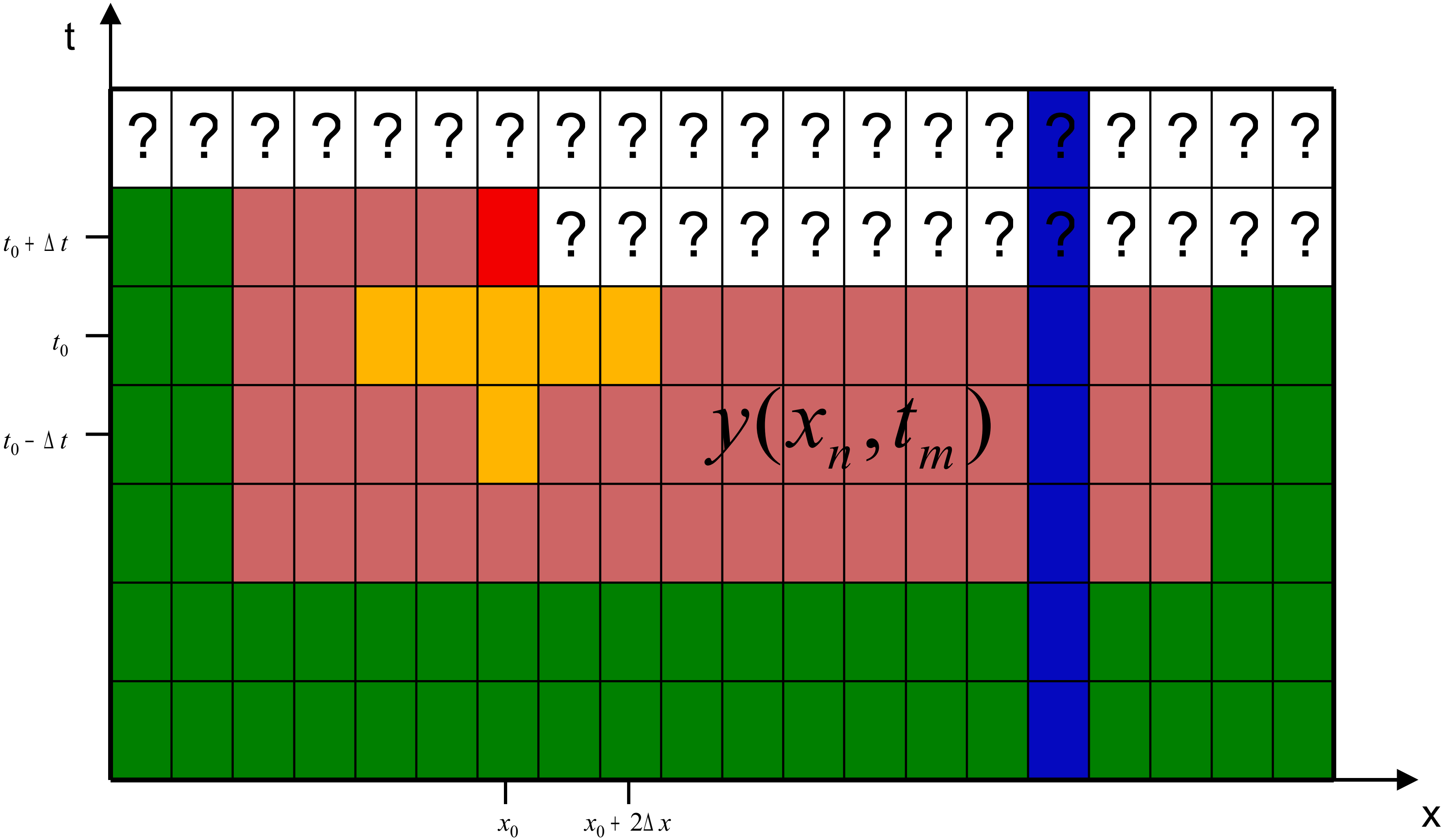
Ebből:

$$y(x_0,t_0+\Delta t) = -\frac{EI}{\rho S}\frac{\Delta t^2}{\Delta x^4}\left(y(x_0+2\Delta x,t_0)-4y(x_0+\Delta x,t_0)+6y(x_0,t_0)-4y(x_0-\Delta x,t_0)+y(x_0-2\Delta x,t_0)\right)$$

$$+2y(x_0,t_0)-y(x_0,t_0-\Delta t)$$

A véges differencia módszer

A diszkretizált differenciálegyenlet

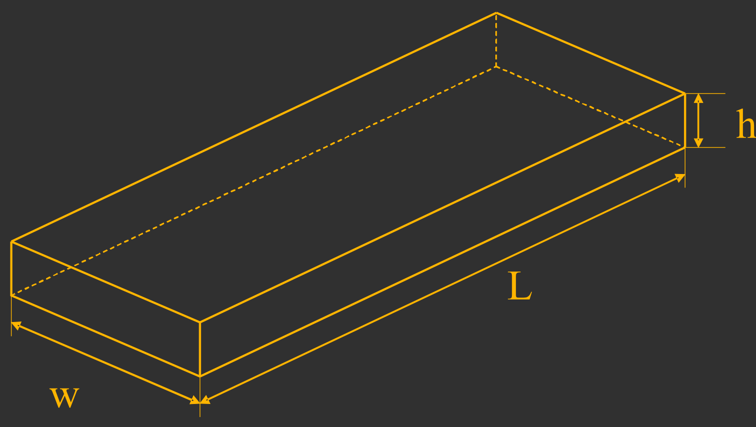


A harangjáték és a marimba

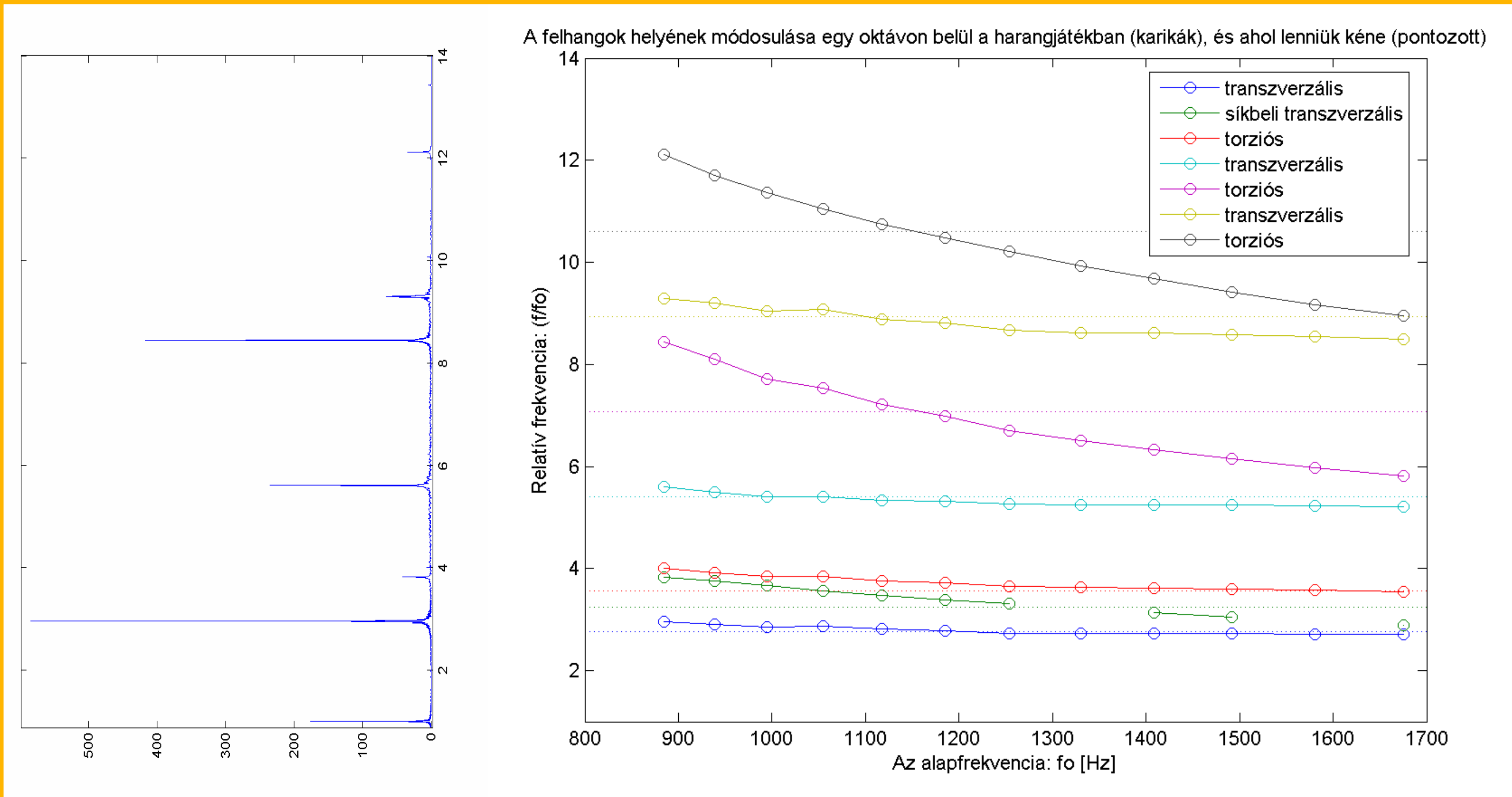
- Harangjáték:
  - konstans téglalap keresztmetszet
  - acél
  - szabad végek
  - kemény ütő
- Marimba:
  - változó téglalap keresztmetszet (hangolható felhangsor)
  - rózsafa, üvegszálas műanyag
  - szabad végek
  - rezonátor
  - gumi, vagy fa ütő

A harangjáték

- Tipikus paraméterek:
  - $E=19{,}5\ 10^{10}\ N/\ m^2$
  - $\rho=7700\ kg/\ m^3$
  - $h=7{,}7$ mm
  - $w=31$ mm
  - $I=w\ h^3\ /12=1179\ mm^4$
  - $L=203$ mm (440 Hz)
- Ebből a differenciálegyenlet szerinti felhang arányok: (1 : 2,76 : 5,4 : 8,93 : 13,3 : 18,6)



A harangjáték

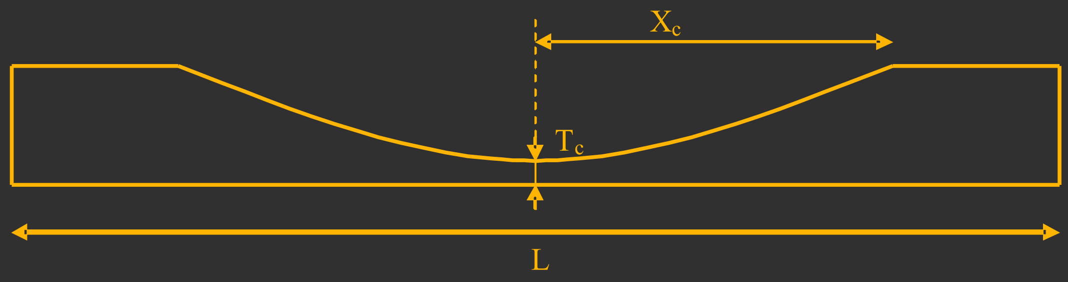


A marimba

- Tipikus paraméterek:
  - $E_{\parallel}=1{,}6\ 10^{10}$ N/ m^2
  - $E_{\perp}=2{,}8\ 10^{9}$ N/ m^2
  - $\rho=830$ kg/ m^3
  - $h_{max}=19$ mm (változik)
  - w=37 mm
  - $I_{max}=w\ h^3\ /12=21149$ mm^4
  - L=293 mm (G_4: 397 Hz)

A marimba

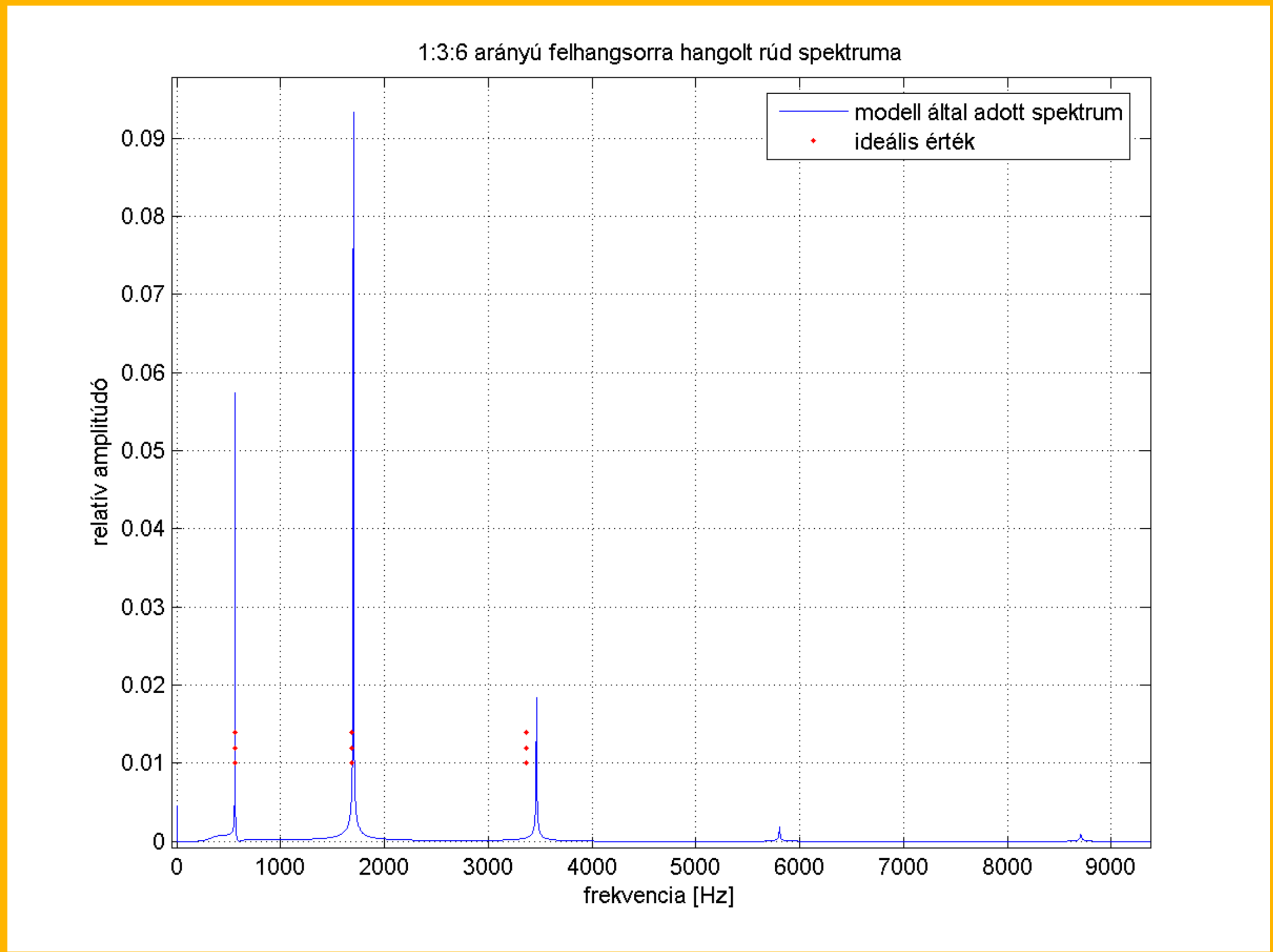
- Parabola alakú bemetszések:



- T_c, X_c paraméterekkel beállítható felhangsor:

T_c	X_c	f_2/f_1	f_3/f_1
0,7340	0,4163	3	6
0,5073	0,1642	4	8

A marimba

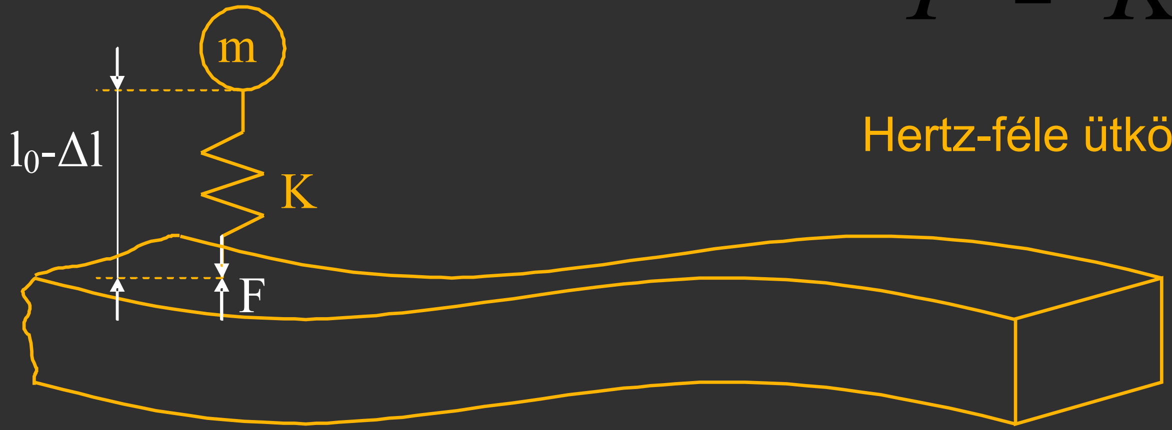

1:3:6 arányú felhangsorra hangolt rúd spektruma
modell által adott spektrum
ideális érték
relatív amplitúdó
frekvencia [Hz]
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
9000

Ütés modell

- Rugó-tömeg modell:

$$F = K \Delta l^{3/2}$$

Hertz-féle ütközési törvény



- Tipikus K értékek:

Gumi	$K=3.7\ 10^7$
Fa	$K=1.31\ 10^9$

Eredmények

- Tam-tamra emlékeztető hang jel alapú szintézissel
- Harangjáték rudak mozgása véges differencia módszerrel
- Rudak hangolhatósága (marimba)
- Csillapításmentes Timoshenko-rúd

Tervek

- Timoshenko rúdmodell
  - Tehetetlenségi nyomaték
  - Nyíró torzulás
- Lesugárzás modell
- Mérések
- Csatolt gyűrűk

Bemutató

- Különböző keménységű ütők:
  - Gumi:
  - Fa:
  - Fém:
- Földre ejtett rúd:
- Dallam: