

Hegedűhang digitális szintézise

Diplomaterv

Papp Sándor Róbert

2007

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
VILLAMOSMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI KAR
MÉRÉSTECHNIKA ÉS INFORMÁCIÓS RENDSZEREK TANSZÉK

DIPLOMATERV FELADAT

Papp Sándor Róbert

szigorló villamosmérnök hallgató részére

Hegedűhang digitális szintézise

(a feladat szövege a mellékletben)

A tervfeladatot összeállította és a tervfeladat tanszéki konzulense:

dr. Sujbert László
docens

A záróvizsga tárgyai:	Digitális jelfeldolgozás:	(bmevimm4084)
	Beágyazott rendszerek:	(bmevimm3062)
	A műszaki akusztika alapjai:	(bmevihi4129)

A tervfeladat kiadásának napja: 2007. szeptember 10.

A tervfeladat beadásának határideje: 2007. december 14.

dr. Görgényi András
címzetes egyetemi tanár,
diplomaterv felelős

Dr. Péceli Gábor
egyetemi tanár,
tanszékvezető

A tervet bevette:

A terv beadásának dátuma:

A terv bírálója:

Melléklet

Hegedűhang digitális szintézise

Az utóbbi években több sikeres önálló laboratóriumi feladat, illetve TDK dolgozat született melodikus hangszerek (orgona, zongora, gitár) hangjának digitális szintézise témakörében. Ezek a munkák a hangszintézist az adott hangszer ún. fizikai modellezésével oldják meg. A fizikai modellezés lényege, hogy a hangot az adott fizikai jelenség modellezésén keresztül hozza létre, nem csupán a megszólaló hangra mint jelre koncentrálnak. Hegedű hangjának szintézisére is készült megoldás, de a modell mind elméleti, mind gyakorlati oldalról továbbfejlesztést igényel. Hegedű - és egyéb húros hangszerek - hangjának szintézisére a digitális hullámvezető (waveguide) modell egy elfogadott megoldás. Hegedű esetében kulcsfontosságú a vonás modellje, erre nézve számos módszert publikáltak, de a téma még nem lezárt. Az elméleti eredmények valós idejű rendszeren történő implementálása számos, mérnöki szempontból kihívást jelentő feladatot jelent. Hegedű esetében különös problémát jelent a vezérlés megoldása, hiszen egy valódi hegedű megszólaltatása nagyon eltér a számítógépes környezetben számításba jövő módszerektől.

Fentiek alapján a diplomaterv keretében az alábbi konkrét feladatokat kell megoldani:

- Mutassa be a hegedű hangjának valós idejű szintézisére alkalmas, digitális hullámvezetővel felépített modellt!
- Az irodalom alapján mutassa be a lehetséges vonásmodelleket, szükség esetén javasoljon új módszert!
- Implementálja a modellt személyi számítógépen (PC-n)! A modell vezérlését MIDI kimenetű (zongora)billentyűzet és egyéb kezelőszervek (pl. pedál) alkossák.
- Készítsen számítógépes kezelői felületet, amelynek segítségével a modell paraméterei - a lehetőségekhez képest - kényelmesen változtathatók, akár játék közben is!

dr. Sujbert László
docens

Nyilatkozat

Alulírott *Papp Sándor Róbert*, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem hallgatója kijelentem, hogy ezt a diplomatervet meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, és a diplomatervben csak a megadott forrásokat használtam fel. Minden olyan részt, amelyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával jeleztem.

Papp Sándor Róbert
hallgató

Tartalomjegyzék

Kivonat	XIII
Abstract	XV
Előszó	1
1. A fizikai modellezés	3
1.1. Hagyományos módszerek a fizikai szintézisben	3
1.1.1. Vonós hangszerek fizikai szintézise a gyakorlatban	3
1.1.2. Egy működő részrendszer bemutatása: a waveguide	5
1.2. A waveguide-modell egyéb paramétereit	10
1.2.1. Reflexiós szűrő megvalósítása egypólusú szűrővel	10
1.2.2. A törtrész szűrő	12
1.3. A gerjesztő rendszer leírásának nehézségei	13
1.3.1. A Helmholtz-modell	14
1.3.2. A waveguide rezonanciája (matematikai modell)	15
1.3.3. A szimuláció felé vezető út	17
2. Vonós waveguide-modellek	19
2.1. Az előzmények bemutatása	19
2.1.1. A Smith-féle vonásmodell	20
2.1.2. A korábbi tanszéki vonásmodell	20
2.2. A saját gerjesztési modell	22
2.2.1. Geometriai elrendezés	22
2.2.2. Az új modell fizikai leírása	23
2.2.3. Implementációs részletek	24
2.2.4. A modell eredményeinek bemutatása, a húr mozgása	26

3. A hegedűtest modellezése	31
3.1. Átviteli függvény mérése	31
3.1.1. Mérési összeállítás, kezdeti nehézségek	31
3.1.2. A hegedűláb optimális gerjesztése	32
3.1.3. A mért átviteli függvény	33
3.1.4. Az átviteli függvény hitelesítése	34
3.1.5. A „biquad” filter	37
3.2. A gyors konvolúció alapelvei	38
3.2.1. Magas foksámú real-time FIR szűrő számításigénye	38
3.2.2. Cirkuláris konvolúció DFT (FFT) esetén	39
3.2.3. Az Overlap-Add algoritmus működése	39
3.2.4. Az algoritmus sajátosságai	40
3.2.5. A test átviteli szűrő alkalmazása a modellben	41
4. A szoftveres hegedűszintetizátor	43
4.1. A hegedűszintetizátor bemutatása	43
4.1.1. A szoftverszintetizátor előnyei és hátrányai	43
4.1.2. A hegedű szintetizátor tulajdonságai	44
4.1.3. A hegedű szintetizátor fő rendszertехnikai elemei	47
4.2. Szoftvertechnológiai információk	48
4.2.1. Alapfogalmak, a felhasznált fejlesztői irodalom	48
4.2.2. Felhasználói információk	50
4.2.3. Programfejlesztői információk	58
5. Összefoglalás	67
5.1. Eredmények	67
5.2. Összegzés, a jövőbeli lehetőségek	68
Irodalomjegyzék	71
Függelék	77
F.1. Kölcsönhatások fizikai leírása egyensúlyi állapotokkal	79
F.2. Geometriai megközelítés: skalár- és vektortér közötti kapcsolat	81
F.3. Testek közötti kölcsönhatások tranziens leírása	82
F.3.1. Egy transzportfolyamat leírása az egydimenziós vektorokkal	83
F.3.2. A vezetési egyenlet és a kiegyenlítődés sebessége	85
F.3.3. Az extenzív mennyiség áramlása	89

F.3.4.	A mechanikai teljesítmény	91
F.3.5.	A testek rögzítése	92
F.3.6.	A súrlódás mechanikai tulajdonságai	94
F.3.7.	A „nem szimmetrikus” kölcsönhatások problémája	94
F.3.8.	A vonószőr és húr súrlódása	95
F.4.	Waveguide-levezetések	101
F.4.1.	A haladó hullámok egyenletének levezetése	101
F.4.2.	A haladó hullámok waveguide-egyenletének levezetése	101
F.4.3.	A waveguide változói mint tér- és időderiváltak	102
F.4.4.	A hullámegyenlet sajátértékei	104
F.4.5.	Húrsebesség-korlátozás egy pontban	106
F.4.6.	Húrerők a kölcsönhatásban	106
F.4.7.	A waveguide-változók és a fizikai változók viszonya	107
F.4.8.	A waveguide energiája és a teljesítményáramlási irányok	109
F.4.9.	A waveguide rezonanciájának matematikai levezetése	110
F.4.10.	A waveguide átviteli függvénye (segédlet)	111
F.4.11.	Észrevételek a tanszéki modellel kapcsolatban	112
F.5.	További levezetések	114
F.5.1.	Rugalmas ütközés	114
F.5.2.	Rugalmatlan ütközés	114
F.6.	Táblázatok	116
F.6.1.	A hegedűszintetizátor vezérlő MIDI kódjai	116
F.7.	A CD-melléklet tartalma	118
F.8.	Ábrák, grafikonok	119

Kivonat

Jelen diplomatervezés a hangszintézis újszerű módszerével, az ún. fizikai hangszintézissel foglalkozik, és ezt a módszert követve megvalósítja a minőségi hegedűhang valós idejű (real-time) előállítását.

A hegedűhang szintézisének problémája – úgy tűnik – összefügg magával a hegedűjátékkal, a fizikai hangszintézissel azonban mód nyílik arra, hogy jobban megismerjük és pontosítsuk modellünkben azokat a fizikai jellemzőket, amelyek befolyásolják a minőségi hegedűhang kialakulását.

Az egzakt fizikai-matematikai modellt megalkotó és a megszólaltatáshoz szükséges fizikai hangszintézis-programot előállító diplomatervezés a fellépő fizikai effektusok pontosabb figyelembevételével hozzájárul a korábbi hegedűmodellek pontosabbá tételéhez.

Ez a modell lehetővé teszi az elektronikus zenei gyakorlat által is igényelt minőségi szintetikus hegedűhang beágyazott rendszerben való előállítását, ami a zeneszerzők, a muzikusok és hangszergyártók számára is érdekes lehet.

A dolgozatban a hegedűhang szintézisével kapcsolatos műszaki-technikai információk közlésén túlmenően szerepel a nehezen megfogható fizikai jelenségek matematikai leírása is, összekapcsolódva a fizikai modellezésben ma még újdonságnak számító elmélettel: az elosztott paraméterű rendszerek tranziens modellezésével. A hegedűhúr ugyanis egy elosztott paraméterű mechanikai rendszer, és a hang képződése kielégítő pontossággal csak tranziens folyamatként írható le. E megközelítés helyességének bizonyítása és az előállított szintetizált hang minőségével való alátámasztása a dolgozat újdonsága.

Abstract

The current thesis for the master's degree deals with the novel method of physical synthesis of sound and, pursuing this track, accomplishes real time generation of quality violin sound. The issue of violin sound synthesis seems to be connected to playing the violin itself, however there is a way of getting acquainted and specifying better physical parameters of our model of physical sound synthesis that influence the formation of quality violin sound.

The thesis, creating an exact physical-mathematical model and drafting the necessary physical sound synthesis program, contributes the accuracy improvement of earlier violin models with taking inherent physical effects into account more precisely.

This model allows the generation of high quality synthesized violin sound in an embedded system needed also in the praxis of electronic music and that might be of great interest for composers, musicians and musical instrument factories.

In this paper, beyond technical information about physical synthesis of violin, it is discussed the mathematical description of hardly tangible physical phenomena closely connected to a new concept of transient modelling of a distributed parameter system.

Violin string constitutes a distributed parameter mechanical system, and the process of generating a sound can be described with reasonable accuracy only by transient modelling of the system.

Verification of the correctness of this approach, and demonstration with the good quality of the synthesized sound is the novelty of this thesis.

Előszó

Az elektronikus zene napjainkban egyre jelentősebb szerepet játszik, ígéretesen bővül a digitális hangszintézis hardveres és szoftveres eszköztára. A digitális elektronika fejlődésével párhuzamosan a hangszintézis újabb módszerei is megjelennek, eddig ismeretlen lehetőségeket nyitnak az elektronikus hangszerek világában.

- Az olcsó és megbízható digitális hangszerek első áttörése az volt, hogy analóg társaik helyettesítőjévé tudtak válni.
- Ma a fő cél az, hogy az akusztikus hangszerek jellegzetes karakterét digitálisan is elő tudjuk állítani. Ebben a fizikai hangszintézis igen jó eredményt adhat, de ehhez megfelelő hangszermodell szükséges.
- Véleményem szerint a zeneiparnak már évtizedek óta szüksége lenne egy jó minőségű és műszakilag kezelhető vonós hangzásra, amellyel így mondanivalóját sokkal mélyebb érzelmi töltéssel is közvetíthetné, beemelve világába a klasszikus értékeket is.

A mérnöki fejlesztésben egy alkalmas hangszermodell adhat kiindulópontot, ez azonban a vonós hangszerek esetén nem triviális.

- Dolgozatom 1. fejezetében a fizikai hangszintézis tradicionális elemeinek ismertetése során szeretném bemutatni a vonós hangszer modellezésének jellegzetességeit. Az ezzel összefüggő rövid áttekintésben összefoglalom a vonós szintézis egyik legizgalmasabb kérdését: a folyamatos rezgéskeltés hullámvezetőben történő modellezésének problémáját. Az ehhez kapcsolódó néhány önállóan kidolgozott matematikai-fizikai levezetés és megjegyzések az F.4. függelékben található meg.
- A 2. fejezetben a vonós hangszermodell legnehezebben megközelíthető ún. vonásmodellje foglal helyet. Ebben a fejezetben a korábbi tanszéki eredmények mellett a saját modell bemutatása következik. Eredményeimet egy publikált

külföldi forrással is összevetem. A modellem részletes magyarázata, bizonyítása az F.1. függeléktől kezdve található.

- A 3. fejezetben a hegedűtest modellezésével foglalkozom. Itt szerepel a test átviteli függvényének általam kidolgozott mérési módszere, továbbá egy gyors konvolúciós algoritmus bemutatása.
- A 4. fejezetben egy általam készített real-time szoftver hegedűszintetizátor bemutatása következik az eddig ismertetett elvek alapján. Itt a szoftvertechnológiai információk részletes ismertetése során hivatkozom a felhasznált fejlesztői szakirodalomra is.
- Az 5. fejezet egy összegzést nyújt, a jövőbeli lehetőségeket is elemezve.
- A függelékben a matematikai-fizikai levezetésekben túlmenően grafikonok, ábrák, táblázatok is szerepelnek.

Ezúton szeretnék köszönetet mondani dr. Sujbert László egyetemi docensnek a modell kidolgozása során nyújtott fáradhatatlan segítségéért és hasznos útmutatásaiért.

1. fejezet

A fizikai modellezés

1.1. Hagyományos módszerek a fizikai szintézisben

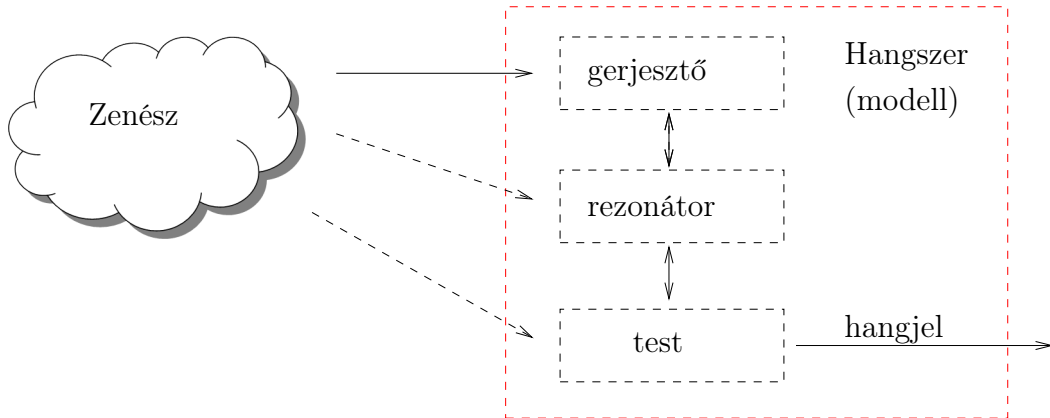
A hegedűhang szintézise a legmeggyőzőbben az ún. fizikai szintézis segítségével valósítható meg. Óriási előnye továbbá az, hogy a zenész számára intuitív válik az elektromos hangszer, mivel a fizikai modell vezérlő paraméterei hasonlítanak az akusztikus hangszerek fizikai paramétereikhez.

Az 1.1. ábrán látható az akusztikus hangszerek általános hangkeltési modellje. Megállapítható, hogy a fizikai hangszintézis egy hangkeltési modellre épül, amelyben a fő szerepet a hangszermodell részei: a gerjesztő, a rezonátor és a hangszertest digitális megvalósítása játsszák (1.2. ábra).

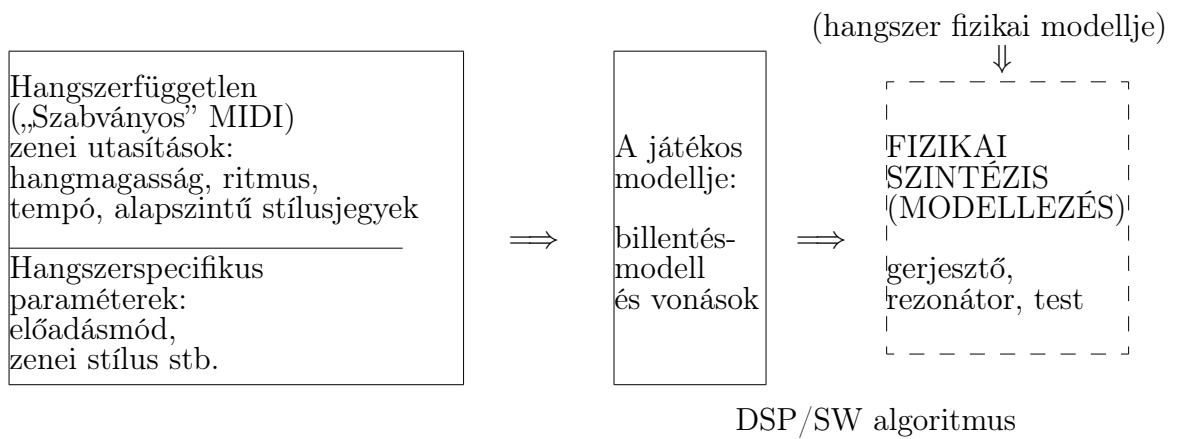
1.1.1. Vonós hangszerek fizikai szintézise a gyakorlatban

A fizikai szintézis magában foglalja a végeselem-módszereket és a digitális hullámvezetők módszerét. Ezekre a módszerekre jellemző, hogy egy parciális differenciálegyenlet (-rendszer) diszkretizált megoldásai.

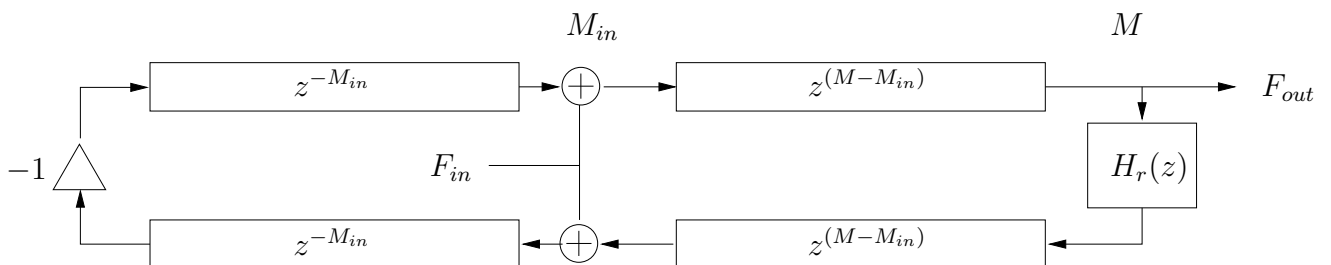
Az 1.1. ábra alapján egy gerjesztő- és rezonátor digitális ekvivalensére, továbbá a hangszertestet modellező digitális szűrő(k)-re van szükség. A vonós hangszerek szintézise hagyományosan az 1.4. ábra szerint történik. A rezonátor legegyszerűbben egy waveguide segítségével valósítható meg az 1.3. ábra szerint. Ez a hullámvezető egy beiktatott frekvenciafüggetlen és frekvenciafüggő reflexiókat tartalmazó visszacsatolt késleltetővonal, amely igen jól modellezi egy hegedűhúr viselkedését. A hegedűhang szintézisében a vonó szerepét a gerjesztő tölti be, amely rendszerint egy nemlineáris függvény: meghatározza, hogy milyen fizikai mennyiségek futhatnak a hullámvezetőben, adott paraméterek esetén. A gerjesztő tehát egy olyan matematikai függvény



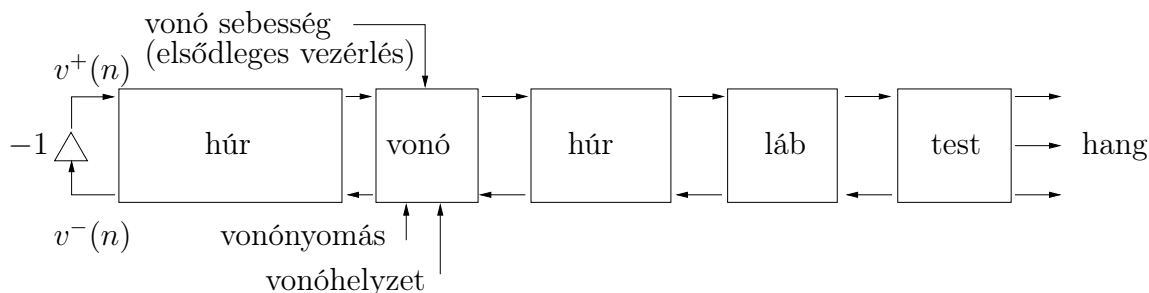
1.1. ábra. A hangszerek általános hangkeltési modellje



1.2. ábra. A hangkeltési modell megvalósítása (rendszerterv)



1.3. ábra. Waveguide alapmodell



1.4. ábra. A vonós fizikai hangszintézis hagyományos modellje

(DSP-algoritmus), amely pontosan azt tudja, mint a valódi fizikai kölcsönhatás. Éppen ezért a nemlineáris kapcsolat igazából egy egzakt fizikai-matematikai modell alapján kell, hogy működjön, sokszor azonban az is eredmény volt eddig, hogy egy numerikusan jó eredményt adó nemlineáris függvényt sikerült találni. Ennek okait az 1.3. alfejezetben és a 2. fejezetben részletezem.

1.1.2. Egy működő részrendszer bemutatása: a waveguide

A hagyományos analitikus fizikai megfontolásokból levezethető a digitális húr megvalósítása.

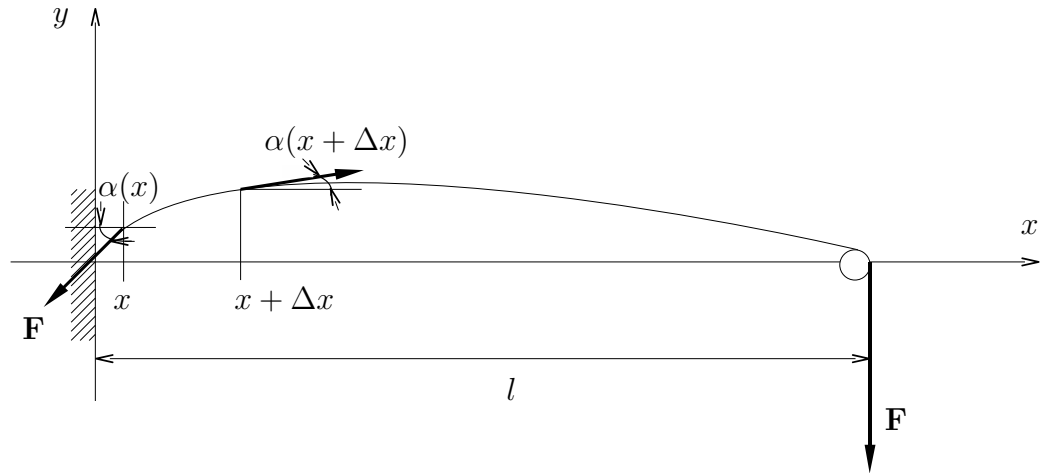
Az ideális rezgő húr

Az 1.5. ábra alapján a transzverzális rezgésre a következőt kapjuk: \mathbf{F} a húr feszítőereje és a húr hosszegységre eső tömege: m' . Az x és Δx közötti $m'\Delta x$ tömegű húrdarabot a végeire ható, eltérő hajlásszögű \mathbf{F} erők különbsége fogja y irányban gyorsítani

$$F[\sin(\alpha + \Delta\alpha) - \sin(\alpha)] = \Delta x m' \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

Kis hajlásszögeknél $\sin(\alpha) \simeq \tan(\alpha) = \frac{\partial y}{\partial x}(x)$.

$$F\left[\frac{\partial y}{\partial x}(x + \Delta x) - \frac{\partial y}{\partial x}(x)\right] = \Delta x m' \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (1.2)$$



1.5. ábra. A húrban levő feszültség

Δx -szel osztva az egyenletet, majd határátmenetet képezve megkapjuk az alábbi hullámegyenletet:

$$F \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = m' \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (1.3)$$

ahol F [N] a húr feszültsége, m' [kg/m] a vonalmenti tömegsűrűség, y [m] a húr kitérése.

A y deriváltjait a továbbiakban a következőképp jelöljük:

$$\dot{y} = \frac{\partial}{\partial t} y(x, t)$$

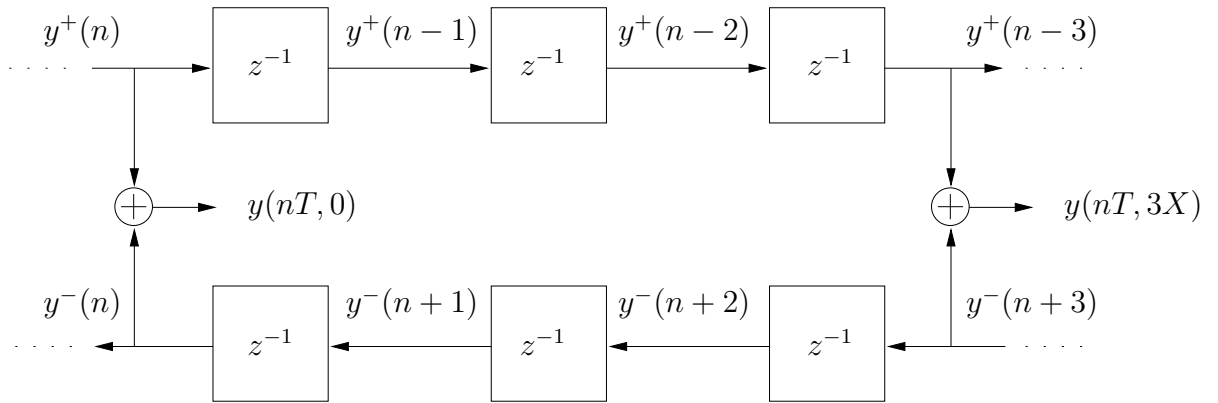
$$y' = \frac{\partial}{\partial x} y(x, t)$$

A húr egységnyi hosszra eső visszatérítő erejét a feszültség és a húr görbülete adja (Fy''), amely egyensúlyt tart a húr egységnyi hosszra eső tehetetlenségi erejével, melyet a húr vonalmenti tömegsűrűségének és gyorsulásának szorzatával számolunk ($m'\ddot{y}$).

A haladó hullámok

A hullámegyenlet d'Alembert-féle megoldása, amely egy a közepén kitérített és végtelen hosszúnak tekintett húron haladó kitéréshullámokat ír le:

$$y(x, t) = y_r(x - ct) + y_l(x + ct) \quad (1.4)$$



1.6. ábra. Az ideális, veszteségmentes waveguide digitális szimulációja $x = 0$ és $x = 3X = 3cT$ pontok között vizsgálva

ahol y_r és y_l a jobbra, illetve balra haladó kitéréshullám. Ezt a megoldást (1.4) a többször deriválva valóban (1.3)-hoz jutunk. (F.4.1. alfejezet)

A haladó hullámok mintavételezése

A haladó hullámokat digitális késleltetőkkel szeretnénk modellezni. Ehhez első lépésként egy olyan megoldást kellene adni a hullámegyenletre, amely (1.4)-hez hasonló, de $y(x, t)$ függvény argumentuma nem tér, hanem idő-dimenziójú¹:

$$y(x, t) = y_r(t - x/c) + y_l(t + x/c) \quad (1.5)$$

Bevezetve a mintavételezést

$$x \rightarrow mX$$

$$t \rightarrow nT$$

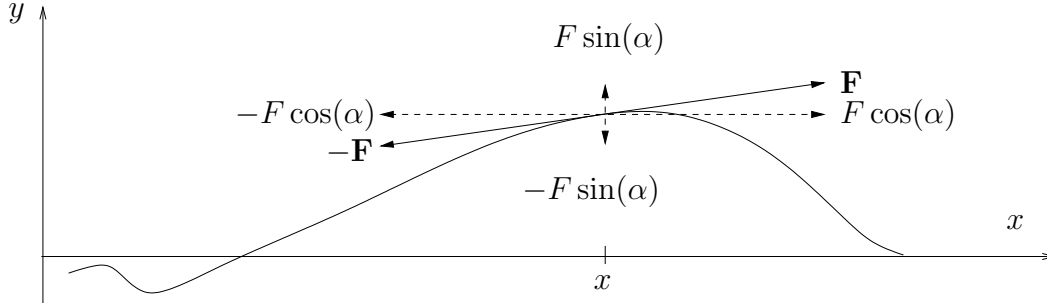
transzformációk segítségével (1.5)-öt a következő alakban kapjuk:

$$y(nT, mX) = y_r[(nT - mX/c)] + y_l[nT + mX/c]$$

Ezt átrendezve:

$$y(nT, mX) = y_r[(n - m)T] + y_l[(n + m)T] \quad (1.6)$$

¹Ezek szerint megengedünk negatív időt is.



1.7. ábra. A transzverzális erő terjedése a húrban

Mivel a mintavételezés idejével (T) egyszerűsíthetünk, a waveguide haladó hullámai: $y^+(n) = y_r(nT)$ és $y^-(n) = y_l(nT)$. Tehát a „+” jobbra, a „-” balra halad.

$$y(n, m) = y^+[n - m] + y^-[n + m] \quad (1.7)$$

ahol (n, m) a mintavételezés idejével normalizált idő- és tér-koordináták. A waveguide késleltetőelemekkel való megvalósítását az 1.6. ábra mutatja.

A húr erői

Az 1.7. ábra alapján a húr erő kifejtése kapcsolatba hozható a waveguide-beli slope-hullámokkal. A jobbról bal felé elmozduló húrdarabra ható erő:

$$f_l(t, x) = F \sin(\alpha) \approx F \tan(\alpha) = F y'(t, x), \quad |y'(t, x)| \ll 1 \quad (1.8)$$

Hasonlóan a balról jobb felé elmozduló húrdarabra ható erő:

$$f_r(t, x) = -F \sin(\alpha) \approx -F y'(t, x) \quad (1.9)$$

A waveguide-modellben a húr környezetére ható erejének a balról jobbra haladó húrdarabra ható erőt tekinti, és nem veszi figyelembe az ellenkező irányú erőt.²

²Ezt a szakirodalom [21] azzal indokolja, hogy ez a mechanikai rendszer működésében hasonlít egy akusztikus cső működéséhez. Ennek oka egyszerűen megmutatható. A húrdarab balra és jobbra való elmozdulásakor a ható erők egy fizikai kölcsönhatás eredményeképp jönnek létre. (F.4.6. és F.4.7. alfejezet)

A húr hullámimpedanciája és az erő ki/be-csatolás kérdései

(F.66) alapján arra következtethetünk, „ha $dv \sim df$, akkor $v \sim f$ ”.

Miután bevezettük a húr egy pontjára vonatkozó erőhullámot, az közvetlen kapcsolatba hozható a sebesség-hullámokkal:

$$f(t, x) = \frac{F}{c} [\dot{y}_r(t - x/c) - \dot{y}_l(t + x/c)] \quad (1.10)$$

ahol $F/c = F/\sqrt{F/m'} = \sqrt{Fm'}$

Ezekből a húr hullámellenállása a húrfeszültség és a vonalmenti tömegsűrűség mértani közepe:

$$R = \sqrt{Fm'} \quad (1.11)$$

A digitalizált haladó erőhullám-komponensek pedig:

$$f^+(n) = Rv^+(n) \quad (1.12)$$

$$f^-(n) = -Rv^-(n) \quad (1.13)$$

A kölcsönhatásokban a kérdés, hogy mekkora a húr által kifejtendő erő egy időpillanatban, illetve milyen állapotváltozást okoz a húrban egy húrra ható külső erő. Ezt az összefüggést adják meg az (1.12) és (1.13) egyenletek.

Egy húr (nem rögzített) csatolási pontja a kölcsönhatás pillanatában egy olyan koncentrált mechanikai elemként látszik a környezet számára, amelyet a húr hullámimpedanciája ír le. A csatolási pont sebessége a külső erő hatására megváltozik. A sebességváltozás azonban nemcsak a hosszegységre eső húrtömegetől, hanem a húr feszültségétől is függ.

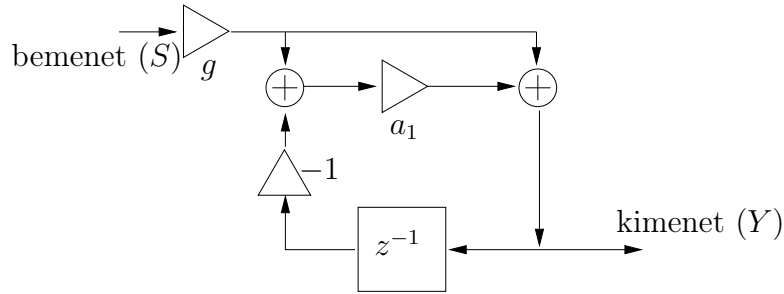
A kölcsönhatás egy adott pillanatában tehát a csatolási pontban valódi sebességeket és erőket modellezünk a waveguide-ban, de az elosztott paraméterű rendszernek köszönhetően a későbbiekben ezek hullámként szétterjednek.³

³Tulajdonképpen ez adta a kölcsönhatás leírásának nehézségét.

1.2. A waveguide-modell egyéb paramétereit

1.2.1. Reflexiós szűrő megvalósítása egypólusú szűrővel

Az egypólusú szűrő paramétereinek mérése



1.8. ábra. Az egypólusú szűrő blokkvázlata

A veszteségi szűrő megvalósítására jelen esetben elegendő egypólusú szűrőt alkalmazni. [13] [14]

A használt egypólusú szűrő átviteli függvénye:

$$H_{1p}(z) = g \frac{1 + a_1}{1 + a_1 z^{-1}}$$

ahol a_1 a szűrő pólusa, g pedig a konstans erősítése.

Az egypólusú szűrő (1.8. ábra) karakterisztikáját meghatározó paramétereket a hegedűhúr megpendítésével kimért időállandókból [5] számítottam.

A paraméterillesztés elve a következő:

- A $|H(\vartheta k)|$ átviteli amplitúdó-karakterisztika megadja a szűrő adott diszkrét frekvencián történő csillapítását.
- Ennek a görbének egy optimális a_1 paraméterrel kell rendelkeznie, hogy az adott frekvenciákon mérésrel meghatározott lecsengési csillapítások g_k értékei a lehető legjobb közelítéssel megegyezzenek a görbe pontjaival. Célszerű egy C kvadrátikus hibafüggvényt négyzetesen minimalizálni:

$$C = \sum_{k=1}^N (|H(\vartheta k)| - g_k)^2 \quad (1.14)$$

$$\frac{d}{da_1}C = 0 \quad (1.15)$$

Az (1.15) minimalizáló egyenlet egy hosszú (analitikus) géppel segített kalkulusa után $\cos(\vartheta_k)$ és hatványai és g_k csillapítások behelyettesítésével végül egy magas fokszámú polinomegyenlet adódik a_1 hatványaira. Éppen ezért valamilyen közelítés szükséges.

- A tanszéken azonban már létezett egy kidolgozott regressziós algoritmus, amely gyorsan bevethető formulát szolgáltat. [13]
(Az egypólusú szűrő nagyon lapos (konstans g körüli) amplitúdó-karakterisztikájú, és a polinom-illesztés hibája elhanyagolható.)

A mérés során 46 hang szűrőparamétereit számoltam több száz időállandóval. A paraméterek számítása tehát a tanszéki formula alapján történt.

A paraméterek számítása

Legyen $\vartheta_k = \vartheta_0 \cdot k$, a k -adik harmonikus körfrekvenciája, ahol $\vartheta_0 = \omega_0 T = 2\pi f_0 T$, az alapharmonikus diszkrét idejű körfrekvenciája, T a mintavételi periódusidő.

Így $\vartheta_1 = \vartheta_0$, $f_1 = f_0$, $\tau_1 = \tau_0$, $\sigma_1 = \sigma_0$ az alapharmonikushoz tartozó frekvencia- és csillapítási adatok.

$\tau_k = 1/\sigma_k$, a k -adik mért időállandó, amely a k -adik csillapítás reciproka.

$\hat{\tau}_k$, a közelítéssel meghatározandó k -adik időállandó,

$w_k = \tau_k^2 \hat{\tau}_k^2$ a súlyozott együtthatók.

Az [13] forrás által közölt iterációs formula c_1, c_3 értékekhez konvergál (minimum 2 lépés után):

Mivel kezdetben $\hat{\tau}_k$ értékek nem ismertek, kiindulási értéként τ_k -kal (a mért időállandókkal) helyettesítendőők ($w_k = \tau_k^4$).

Az iterációs formula:

$$c_3 = \frac{M(w_k)M(w_k\sigma_k\vartheta_k^2) - M(w_k\sigma_k)M(w_k\vartheta_k^2)}{M(w_k)M(w_k\vartheta_k^4) - M^2(w_k\vartheta_k^2)} \quad (1.16)$$

$$c_1 = \frac{M(w_k\sigma_k) - c_3M(w_k\vartheta_k^2)}{M(w_k)} \quad (1.17)$$

$$M(w_k) = \sum_{k=1}^K w_k \quad (1.18)$$

$$\hat{\tau}_k = \frac{1}{c_1 + c_3\vartheta_k^2} \quad (1.19)$$

$$w_k = \tau_k^2 \hat{\tau}_k^2 \quad (1.20)$$

majd az iteráció ismétlése.

A kapott értékeket visszahelyettesítve az

$$a_{1(1,2)} = \frac{-4c_3 - f_0 \pm \sqrt{8f_0 \cdot c_3 + f_0^2}}{4c_3} \quad (1.21)$$

illetve

$$g = e^{-\frac{1}{f_0 \tau_0}} \quad (1.22)$$

képletekbe, megkapjuk az egypólusú szűrő paramétereit.

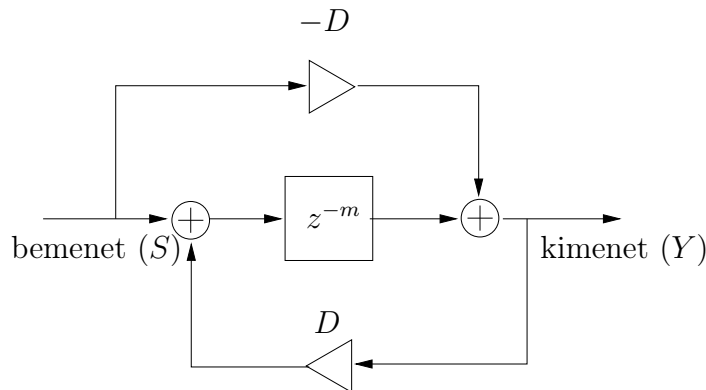
1.2.2. A törtrész szűrő

A törtrész átvitel (fractional delay filter) a waveguide „finomhangolására” szolgál. A waveguide elemek ugyanis diszkréttek, és emiatt a kialakuló rezonanciafrekvencia nem állítható be egészen pontosan.

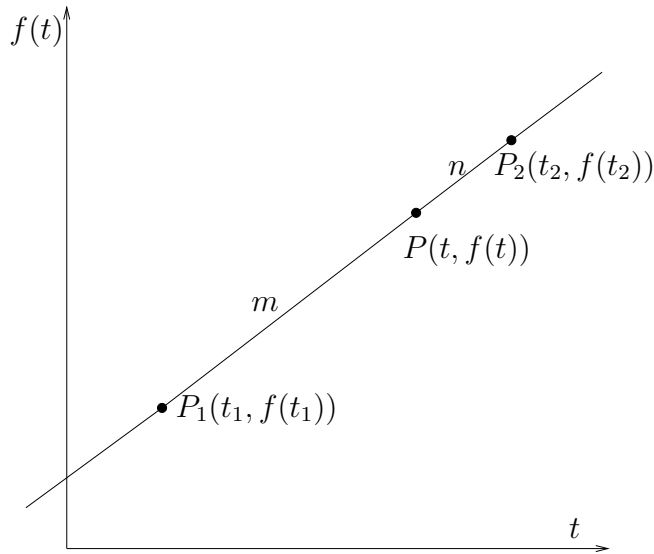
Legyen adott a mintavételi frekvencia f_s , és az alaphang frekvenciája: f_0 .

Elméletileg az alappontok száma: $N_{elm} = \frac{f_s}{2 \cdot f_0}$, ennek azonban csak az egész részét vehetjük. Így rövidebb lesz a húr hossz, magasabban szól.

Mindentáteresztő szűrő késleltetéssel. A megvalósításra kezdetben ún. mindentáteresztő szűrőt használtam, a real-time modell megalkotásakor azonban már lineáris interpolációt alkalmaztam.



1.9. ábra. Egy mindentáteresztő szűrő blokkvázlata



1.10. ábra. Lineáris interpoláció szemléltetése adott arányú szakaszfelosztással

A lineáris interpolációs közelítés alapelve. Az 1.10. ábra alapján látható, hogy t_1 és t_2 közötti t időpontban súlyozott középértékkel interpolálható $f(t_1)$ és $f(t_2)$ közötti $f(t)$ függvényérték. Mivel a $\overline{P_1P_2}$ szakaszt adott

$$\frac{\overline{P_1P}}{\overline{PP_2}} = \frac{m}{n}$$

arányban osztottuk fel, elemi koordináta-geometriai egyenletrendezéssel

$$t = \frac{n \cdot t_1 + m \cdot t_2}{n + m}, (t_1 < t < t_2)$$

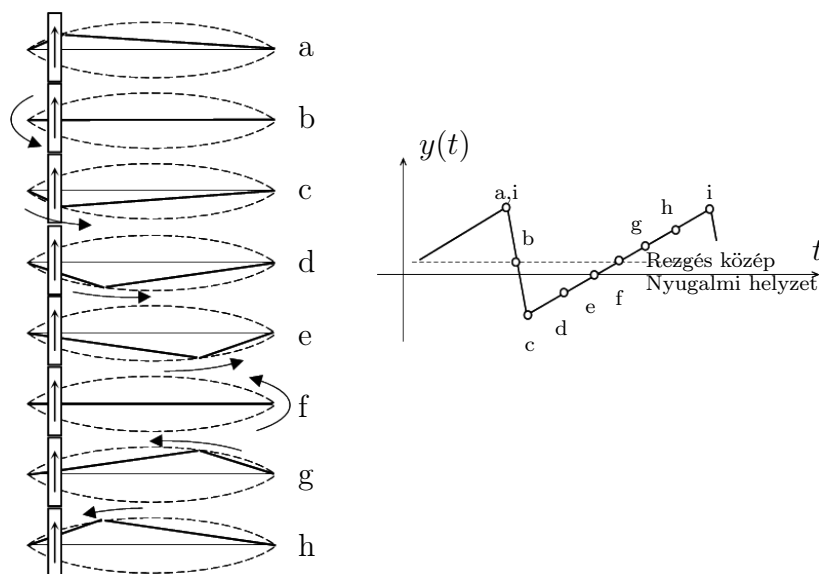
illetve

$$f(t) = \frac{n \cdot f(t_1) + m \cdot f(t_2)}{n + m}$$

A waveguide elemek interpolálásakor $t_2 = t_1 + 1$ és $n + m = 1$, ezért az interpolált elem $f(t) = (t_2 - t)f(t_1) + (t - t_1)f(t_2)$. [11]

1.3. A gerjesztő rendszer leírásának nehézségei

Sikerült tehát egy diszkrétizált megoldást találni a felírt parciális differenciálegyenletre, amelyben a peremfeltételek is teljesülnek. Ez a modell azonban csak a húr mozgását írja le egy általánosan vett gerjesztés esetére. Fizikai rendszerünk azonban egy kölcsönhatás részeként viselkedik, amelyben például meghatározó szerepet



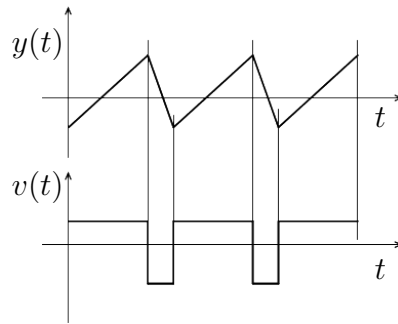
1.11. ábra. A húr kitérése Helmholtz modelljében és a hozzá tartozó rezgésalakok

kap a vonó és a húr csatolása. A hullámvezető gerjesztésének mikéntjét adja meg a vonásmodell (gerjesztő).

1.3.1. A Helmholtz-modell

A húr és a vonó kölcsönhatásának leírásával már sokan foglalkoztak. A probléma nehézségét az adja, hogy lényegében egy oszcillátorról van szó, amely egy nem periodikus jelből periodikus jelet állít elő. Matematikailag is elég nehéz megfogni a problémát, úgy tűnik, fizikailag még nehezebb. A gerjesztési modell tapasztalati leírása Helmholtz nevéhez fűződik: Helmholtz elméletében a húr burkolója hasonlatos a pengetett húréhoz. Az 1.11. ábra szerinti töréspont vándorol. [1] [16]

A klasszikus megfigyelés alapján a folyamat a következőképpen történik: A vonó a súrlódási erő révén magával ragadja a húrt, együtt mozognak. A súrlódás alkalmazkodó kényszererő, ezért a mozgás addig tart, míg a kimozdult húr visszatérítő ereje (konzervatív erő) nagyobb lesz, mint a nyugvó súrlódás. Majd a húr visszafele lendül, és elérve a másik oldali holtpontot, ott megáll és elindul ellenkező irányba. Mihelyt sebessége ismét megegyezik a vonóéval, a folyamat kezdődik előlről. Pozitív mozgatóskor a húr energiát vesz fel, visszapattanáskor pedig energiát veszít a súrlódóerő ellenében. Mivel a tapadó súrlódási erő nagyobb, mint a csúszó súrlódási erő, ezért a felvett energia több, mint a leadott.



1.12. ábra. Kitérés és sebesség a Helmholtz-modellben

A lényegét így foglaltam össze:

1. a súrlódásnak köszönhető a húr kitérése, és ez a kitérés (mozgás) állapotként jelenik meg.
2. az alaphang kialakulásával kapcsolatban van a tapadó súrlódás visszatérése, ami a húr periodikus mozgásának következménye. Ez pedig Helmholtz modelljében a húr erőterének tulajdonságából következik.
3. hegedűhúr és a vonószőr az előbbi két pontból adódóan mechanikusan csatolt rendszert alkot.

A Helmholtz-modell hibája. A modell egyes részelemei fizikailag indokoltak, (pl. két erő viszonya dönti el a kölcsönhatást, vagy a tapadó súrlódás energiabevittelt jelent a húr számára, a csúszó súrlódás pedig energiaveszteséget jelent.) A húr azonban nem tekinthető koncentrált paraméterű rendszernek, ezért nem állítható, hogy a húr egésze kitér majd visszapattan. Éppen ezért a megcsúszás így bármelyik irányban történhet, ezt a modell azonban nem vette figyelembe.

1.3.2. A waveguide rezonanciája (matematikai modell)

A megoldás felé vezető másik út: a hullámvezetőt lineáris rendszernek tekintve, klasszikus jelfeldolgozási módszerekkel próbáljuk folyamatos rezgésre bírni. Az 1.3. ábra alapján felírhatjuk a waveguide átviteli függvényét:

- $H_r(z) = -r = 0$ esetén:

$$F_{out} = F_{in}(1 - z^{-2M_{in}})z^{-(M - M_{in})} = z^{M_{in}-M} - z^{-M_{in}-M} = z^{-M}(z^{M_{in}} - z^{-M_{in}})$$

- $H_r(z) = -r$ visszacsatolást bevezetve (F.4.10. alfejezet):

$$H(z) = \frac{F_{out}}{F_{in}} = \frac{1}{1 - r \cdot z^{-N}} z^{-M} (z^{M_{in}} - z^{-M_{in}})$$

a pólusok körfrekvenciái: $\vartheta_k = \vartheta \cdot k = (2k\pi)/N$

$N = 2M$, a késleltetővonal teljes hossza. [13] [14]

Tegyük fel, hogy a reflexió egyenletesen csillapít a rezonátortagok között, ahogy a hullám halad a waveguide-ban, így a pólusok csillapításai egyformák:

$$r_1 = \dots = r_N = r^{1/N}$$

a komplex amplitúdók pedig

$$a_k = j \frac{2}{N} \sin(2k\pi \frac{M_{in}}{N}) r_k^{\frac{M-1}{2M-1}} e^{j\vartheta k(M-1)}$$

A waveguide impulzusválasza:

$$h(n) = \sum_{k=1}^N a_k (r_k e^{j\vartheta k})^n = \sum_{k=1}^{N/2} (a_k (r_k e^{j\vartheta k})^n + a_{N-k} (r_{N-k} e^{j\vartheta(N-k)})^n)$$

Mint ahogy $\vartheta_{N-k} = 2\pi - \vartheta_k$, a megfelelő póluspárok konjugált póluspárok lesznek $r_{N-k} e^{j\vartheta(N-k)} = r_k e^{-j\vartheta k}$, és ugyanígy az amplitúdók $a_{N-k} = \bar{a}_k$, ahol a felülvonás komplex konjugáltat jelez. Így az impulzusválasz kifejezhető exponenciálisan lecsengő szinuszos tagok összegeként:

$$h(n) = \sum_{k=1}^{N/2} r_k (a_k e^{j\vartheta k n} + \bar{a}_k e^{-j\vartheta k n}) = \sum_{k=1}^{N/2} |a_k| r_k^N \sin(\vartheta_k n + \varphi_k)$$

Tehát egy $H_r(z) = -r$ veszteségi szűrővel csillapított rendszer impulzusválasza exponenciálisan lecsengő szinuszos tagokból áll, amelyek frekvenciái az egységkörön belül egyenlően vannak felosztva, ugyanolyan csillapítással. (F.4.4. alfejezet)

Észrevételek a klasszikus jelfeldolgozási módszerekkel kapcsolatban

1. Látható, hogy a waveguide rezonátorként viselkedik, amely megfelelően rövid gerjesztőjel esetén egy periodikus, de lecsengő válaszjelet ad ki.
2. Ha a waveguide-ot periodikus jellel gerjesztjük, a bevitt periodikus jelet vég-

telenül felerősíti (rezonancia), ha a pólusok az egységkörön vannak. (F.4.9. alfejezet)

3. Mivel kiindulási paramétereink determinisztikusak és a feltételezett operátorok is azok, a nemdeterminisztikus megoldásokat ez esetben nem keressük. ⁴
4. Az a legfőbb probléma, hogy a waveguide olyan bemenő jelekre szolgáltat periodikus jelet, amelyek a kölcsönhatás modellezésekor nem állnak rendelkezésre. Nehéz találni olyan eljárást, amely közvetlenül nem csökkenő amplitúdójú periodikus jelet ad egy folytonos, nem impulzusszerű gerjesztő jelre.

1.3.3. A szimuláció felé vezető út

Egy olyan modellt szeretnénk megalkotni, amely fizikailag és matematikailag egyaránt egzakt. Szeretnénk például nagyon pontosan tudni, hogy olyan általános fogalmak, mint például a derivált vagy az erő milyen konkrétabb összefüggéseket, jelentést tartalmaznak. Többek között, azt is jó lenne tudni, hogy pontosan mi a mechanikai gerjesztés. Ezeket a kérdéseket a függelékben egy egyszerű példán keresztül fogom tárgyalni, és az alaptulajdonságokat megmutatni. Végül ezen alaptulajdonságok felhasználásával megmutatom a vonó húrral való kölcsönhatásának fizikai modelljét. Ez a leírás eléggé pontos lesz majd ahhoz, hogy ez alapján digitális vonásmodellt lehessen alkotni. A rezonancia oka: a waveguide változóinak speciális gerjedése a súrlódás és a hullámreflexiók együttes tevékenységének köszönhetően.

⁴Például a Karpus-Strong eljárásához hasonlókat.

2. fejezet

Vonós waveguide-modellek

2.1. Az előzmények bemutatása

Általános ismeretek

Vonós hangszerek esetén a gerjesztés a húr és a vonószőrzet közötti tapadásos súrlódáson alapul. A húr merőleges irányban mozgó vonó beleakad a húrba (tapadási fázis). Ez a tapadási erő erősen nemlineáris. A húr egyre növekvő kitérésének köszönhetően a rugalmas visszatérítő erő is növekszik mindaddig, amíg a szintje eléri a tapadási erőt. Ezen a ponton elengedi a vonó a húr, a húr visszalendül (elengedési fázis), és ezután szabadon rezeg ¹. A rezgés csillapodik egyrészt a húr saját veszteségei, másrészt a húr és a vonószőrzet között fellépő csúszási súrlódás miatt. Ez az állapot addig tart, amíg a vonó ismét rátapad a húr. Ez csak akkor léphet fel, amikor a vonó és a húr sebessége megegyezik. Ilyenkor a relatív sebességük zérus, a súrlódási erő pedig a legnagyobb. A tapadási és csúszási fázisok ily módon való váltakozása az ún. Helmholtz-mozgás. A gerjesztés periodikus és fűrészfog alakú rezgést hoz létre. A gerjesztés számos vezérlési változótól függ. Az elsődleges vezérlési változó a vonó sebessége, más fontos tényező a vonó húron kiváltott ereje és a vonó húrhoz viszonyított pozíciója. Kevésbé fontos változó a húr és a vonó által bezárt szög, a vonó érintkezési felülete és a vonószőrzet tapadása (amely növelhető gyan-tával). Azért, hogy a modell kezelhető és megvalósítható legyen, általában csak az elsődleges és néhány más fontos tényezőt (pl. a vonóerő és -pozíció) vesznek számításba. A vonó – húr kölcsönhatást általában szóródásos kereszteződéssel modellezik. Ezt a kereszteződést a sebességkülönbség vezérli, amely a pillanatnyi húrsebesség és

¹Nem rezeghet szabadon, hanem megcsúszik. Ez kiindulópontja lehet a Helmholtz-elmélet el-lentmondásosságának.

a vonó sebességének a különbsége. A vonó helyzete határozza meg a kereszteződés beiktatási pontját a késleltetési vonalakba. Más változók (vonóerő és -szög, stb.) a visszaverődési függvény paramétereinek módosításával változtathatók. Ez a függvény függ a húr karakterisztikus impedanciájától és a húr és a vonó közötti tapadási súrlódási tényezőtől is. [14]

2.1.1. A Smith-féle vonásmodell

A kaliforniai Stanford Egyetemen már régóta foglalkoznak a megfelelő nemlineáris vonásmodell kidolgozásával. A Julius O. Smith III által közölt vonásmodell a 2.1. ábra szerinti. Egy kis apró részlettől eltekintve a blokkvázlat teljesen megegyezik a saját gerjesztési modellem blokkvázlatával (2.5. ábra), ez az apró különbség azonban, – miszerint a differenciális vonósebességet nem vezetjük vissza –, egymástól két teljesen különböző filozófiájú vonásmodellt ír le. A Smith-féle vonásmodell reflexiós nemlineáris függvénye (2.1. ábra) azon a megfigyelésen alapul, hogy a csúszás súrlódási tényezője kisebb, mint a tapadásé. A modell szerint a differenciális vonósebesség egy erőként is felfogható fizikai mennyiség, amely legfőbb változója a súrlódási kölcsönhatást leíró összefüggésnek. A tapadási szakaszokban a nemlineáris függvény abszolút értéke nagy, illetve hirtelen növekedő, a megcsúszáskor a $\rho(v_{\Delta}^+)$ értéke fokozatosan csökken. A tapadás akkor történik, mikor v_{Δ}^+ abszolút értéke kicsi.

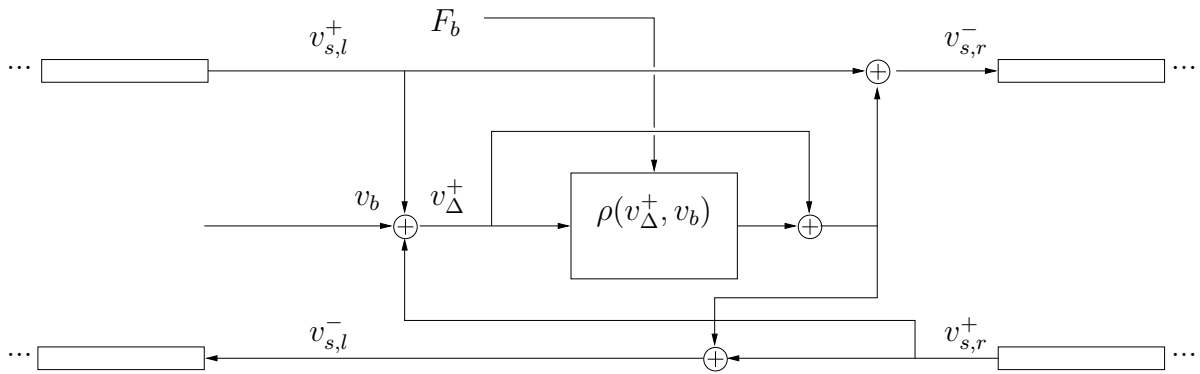
A modell hibája

Noha úgy tűnik, hogy sikerült a Helmholtz-modell fő hiányosságát orvosolni, miszerint a csúszó súrlódás mindkét irányban végbemehet, ebben a modellben viszont a tapadó súrlódással van gond: a tapadó súrlódás ugyanis szerintem csak a vonóhúzás irányában történhet. Annak ellenére, hogy az ilyen típusú függvények a fizikai rendszer energetikai tulajdonságait nem jól írják le, lehet találni nemlineáris függvényeket, amelyek megfelelő numerikus paraméterek esetén rezonanciára tudják kényszeríteni a waveguide-ot.

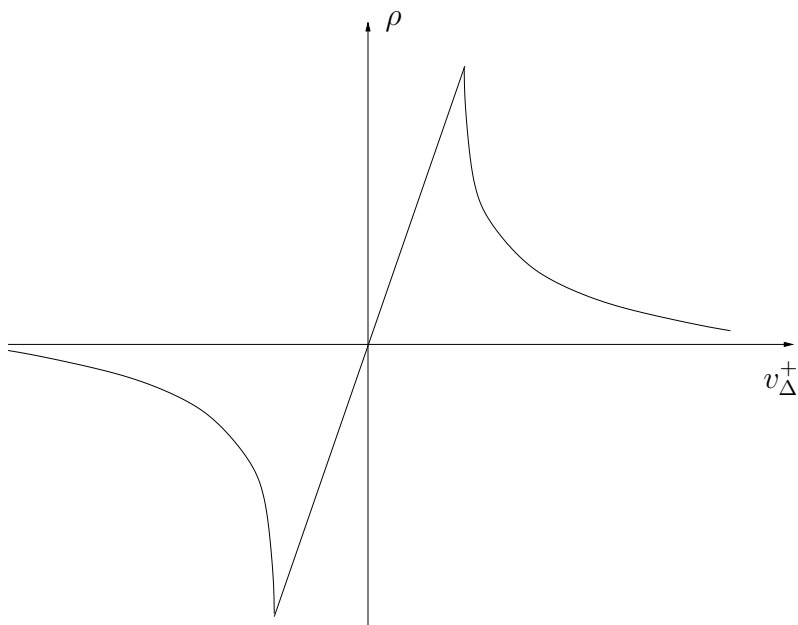
2.1.2. A korábbi tanszéki vonásmodell

A korábbi tanszéki modell bemutatása

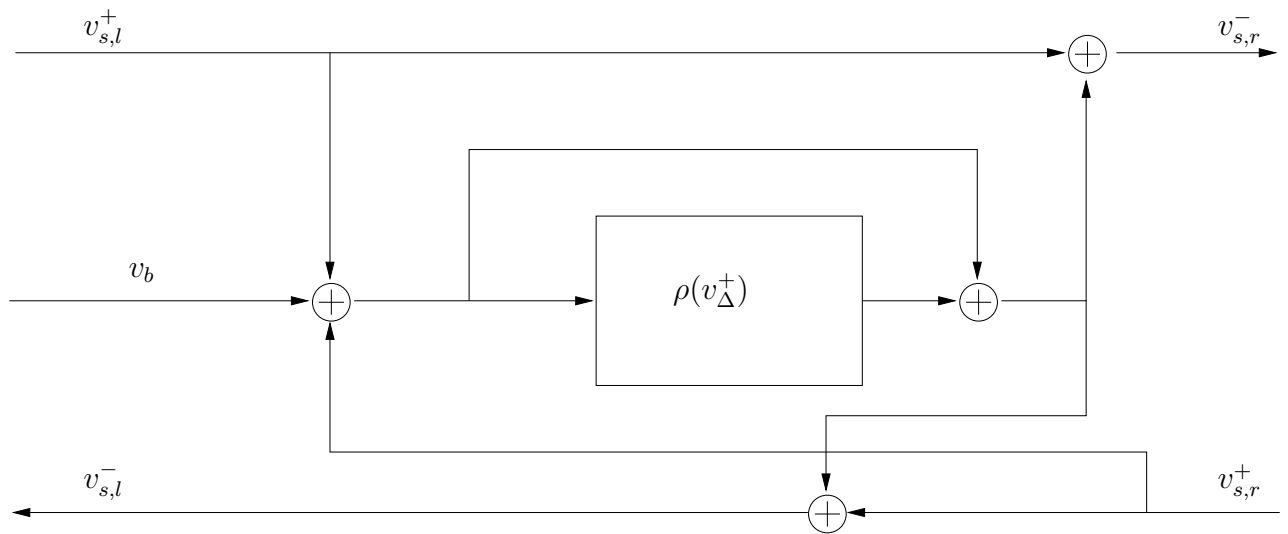
A bejövő és kimenő sebesség hullámok a húr bal(kézi) oldaláról $v_{s,l}^+$ és $v_{s,l}^-$ jelöléssel (2.3. ábra). Hasonló jelöléssel a jobb kéz oldaláról: $v_{s,r}^+$ és $v_{s,r}^-$. A reflexiófüggvény jelölése: $\rho(v_{\Delta}^+)$ és v_b a vonó sebessége. A csatolási modellben fontos szerepet kap



2.1. ábra. Smith-féle gerjesztési modell



2.2. ábra. Smith-féle gerjesztési modellhez tartozó $\rho(v_{\Delta}^+)$ függvény

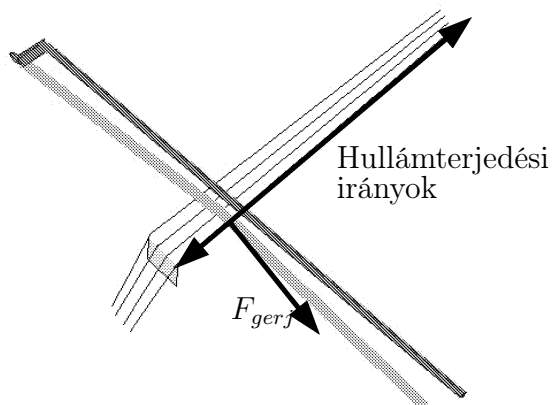


2.3. ábra. Kereszt-csatolási pont a vonó-húr kölcsönhatásának modellezésére

a differenciális vonósebesség (v_Δ^+) amely a vonósebesség és az aktuális húrsebesség különbsége. (F.4.11. alfejezet.)

2.2. A saját gerjesztési modell

2.2.1. Geometriai elrendezés



2.4. ábra. A hegedűmodell geometriája

2.2.2. Az új modell fizikai leírása

Az alábbi modell az előzőektől különbözően közelíti meg a kölcsönhatás lényegét. Valójában a súrlódási törvényből (F.27.) indultam ki: [25]

$$\begin{cases} v_R = 0 : |F_T| \leq F_{max} = \mu_t mg \\ v_R \neq 0 : F = -sgn(v_R) \mu_{cs} mg \end{cases}$$

- Ha a test nyugalomban van, akkor a tapadó súrlódás hat rá. Ekkor ez a tangenciális erő F_T egyensúlyt tart a ható tapadó súrlódási erővel, amíg a tapadóerő ezt számára lehetővé teszi ($F_{max} = \mu_t \cdot mg$).
- Ha a test nincs nyugalomban, akkor a test mozgási irányára ellentétesen ható erőt fejt ki a csúszó súrlódás ($\mu_{cs} \cdot mg$), akadályozva a mozgást.

Ugyanezt az összefüggést a modell számára következőképpen adtam meg (F.33.):

$$F(F_{max}, v_{bow}, v_{string}) = \begin{cases} |F_T| \leq k \cdot F_{max} : F \simeq F_{max} = konst \\ |F_T| > k \cdot F_{max} : F = -sgn(v_{string} - v_b) \cdot \mu_{cs} \cdot (m_b \cdot g + F_{ny}) \end{cases}$$

Itt az időegység alatt (átlagértékben) konstansnak feltételezett átvitt gerjesztő erő $F_{max} = \mu_t \cdot (m_b \cdot g + F_{ny})$, v_b a vonó sebessége, m_b a vonótömeg, v_{string} a húrsebesség, F_{ny} a játékos nyomóereje, g a gravitációs gyorsulás. $k = 0 < \frac{F_T}{F_{max}} < 1$ a tapadással kapcsolatos paraméter, a tapadáshoz a tapadóerőnek ugyanis nem kell F_{max} -nak lennie, $F_T = F_{string}$ az (F.31) alapján a húr visszatérítő ereje, és $v_{\Delta}^+ = v_R = v_{string} - v_b$. A hullámimpedancia felhasználásával $|F_b| = F_{max} = 2 \cdot Z_0 \cdot |v_b|$, ahol F_b a vonó gerjesztő ereje. (a vonó sebességének előjele a vonóhúzás iránya) és

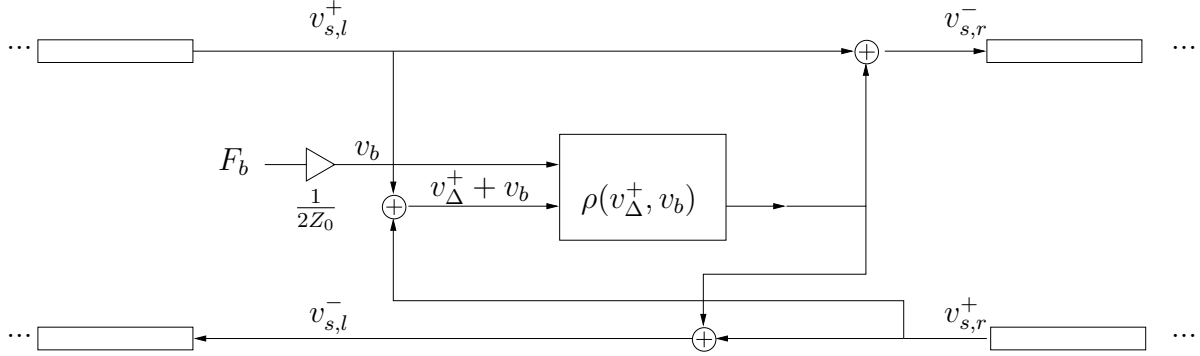
$$F_{string} = 2Z_0 \cdot v_{string} = 2Z_0 \cdot (v_{\Delta}^+ + v_b)$$

A gerjesztés nemlineáris függvénye tehát (a játékos nyomóerejének elhanyagolásával)

$$\rho(v_{\Delta}^+, v_b) = F = \begin{cases} |2Z_0 \cdot v_{string}| \leq k \cdot 2Z_0 \cdot |v_b| : F = 2Z_0 \cdot v_b \\ |2Z_0 \cdot v_{string}| > k \cdot 2Z_0 \cdot |v_b| : F = -sgn(v_{\Delta}^+) \cdot \mu_{cs} \cdot m_b \cdot g, |F| < 2Z_0 \cdot |v_b| \end{cases} \quad (2.1)$$

vagyis

$$\rho(v_{\Delta}^+, v_b) = F = \begin{cases} |v_{\Delta}^+ + v_b| \leq k \cdot |v_b| : F = 2Z_0 \cdot v_b \\ |v_{\Delta}^+ + v_b| > k \cdot |v_b| : F = -sgn(v_{\Delta}^+) \cdot \mu_{cs} \cdot m_b \cdot g, |F| < 2Z_0 \cdot |v_b| \end{cases} \quad (2.2)$$



2.5. ábra. Saját gerjesztési modell

2.2.3. Implementációs részletek

A waveguide-ban sebesség hullámok haladnak. A csatolási egyenleteket olyan szokásos formán alkalmazom, hogy a sebesség a két sebesség hullám összege, de a reflexió: -1 . A gerjesztés becsatolása a két összegzett sebesség hullám, mindkét irányba haladó hullám ugyanolyan előjelű, egyforma nagyságú gerjesztőjelet kap. (1.3. ábra)² A gerjesztéskor a két hullámra egy-egy küszöbszintnyi sebességet csatoltam be, összesen így a küszöbszint kétszeresét adtam hozzá a waveguide-hoz. A modell bemenete és kimenete egybeesik, a 2.5. ábrán $\Delta t = 0$.

Ennek oka az, hogy az elosztott rendszer vezérlésének időkéésését el kell kerülni, mert úgy tűnt, ez a modellre torzító hatással van. A modell szempontjából fontos hullámvezetőben haladó fronthullámok ugyanis az összeadókon elveszhetnek vagy torzulhatnak a gerjesztési modell nem megfelelő idejű alkalmazásával. (A vezérlésben nem korrigálható a hiba, mivel az csak invariáns lehet.)

Az alábbi „játékkal” szeretném bemutatni,³ hogy mi az a lehetőség, amit elveszít-hetünk, ha nem megfelelő időben reagálunk a rendszer állapotára.

Szabályok: A gerjesztés = 1, küszöbszint = 2.

Ha a 3. oszlop összegének abszolút értéke 0 vagy 1 (gerjesztés szintjénél kisebb egész), akkor gerjeszt: 1-gyel növeli a 3. oszlop értékét. Az elemek egyébként az óramutató járásával együtt haladnak. Az egyik sorból a másikba -1 a reflexió. Vastagon

²Transzformált esetben, (amikor a waveguide csatolási egyenleteivel inkább elektromos táviró-egyenletekre hasonlít a következő feltételekkel: v : a hullámok különbsége, f : a hullámok összege, a visszaverődés sebességekre $+1$ -szeres), érdekes módon azt kapjuk, hogy a gerjesztés transzformálásakor egyik irányban $+1$ -szeres a becsatolás, a másik irányban -1 -szeres.

³ez az egyéni analitikus módszer alkalmazása a saját modellre

Lépés	0	1	2	3	4	5
Álla- potok	0000 0000	0010 0010	0011 0110	0011 1111	1011 1101	1111 1001
Gerjesz- tés	-	van összeg: 0	van összeg:0	van összeg:0	van összeg: -1	van összeg: -1
Lépés	6	7	8	9a	9b	
Álla- potok	1111 0011	0111 0111	0011 1111	1001 1111	1011 1121	
Gerjesz- tés	nincs összeg: -2	nincs összeg: -2	nincs összeg: -2	van összeg:1	gerjed	

2.1. táblázat. Waveguide-állapotok a saját gerjesztési modellben

jelöltem azt a hullámot, amelyik majd gerjedni fog, két ponttal pedig azt, amelyik ezt elősegíti. (2.1. táblázat)

Néhány periódus alatt az F.13. ábra szerinti kitéréseket kapjuk. Tovább játszva azt kapjuk, hogy 4 db. 2-es keletkezik, és 2 db. 1-es, és 2 db. 0, amelyek körbeforognak, és leáll a gerjesztés, mivelhogy telítődött a rendszer. („Majdnem tökéletes” az energia eloszlása.) Látható, hogy a nagy trükk az, hogy a forrásokból kiküldött fronthullámok a túloldali gerjesztési pontban nem tűnnek el a jól megszabott energiaszint-feltétel miatt⁴. Így visszajönnek az eredeti gerjesztési pontra és ott „szuperponálódnak”. Ha a jobb oldali reflexióra veszteségi reflexiót adunk, az előbbi játék szabályaihoz képest annyi a változás, hogy a küszöbszintnek kisebbnek kell lenni, hiszen a küszöbfeltétel szintet a csillapított rendszer már soha nem érheti el, ugyanis összesen ennyi energiát vittünk a gerjesztéssel a rendszerbe. Tehát veszteség nélkül a gerjesztő állapotok: $1 + (-1)$, $0 + 1$, $(-1) + 0$. Ezekre igaz, hogy abszolút értékben kisebbek kettőnél. Ennek megfelelően a $0,9 + (-0,81)$, $0 + 0,81$, $-0,81 + 0$ stb. állapotok abszolút értékben kisebbek 1-nél. A gerjesztésre viszont igaz, hogy pl. $0,9 + 0,81 > 1$. Ez már az új gerjesztési modellre jellemző feltétel (2.11. ábra).

Az $r = 0,9$ reflexió tényezőre ez esetben az F.14. ábra mutatja az eredményt. Ennél kisebb csillapítással kapjuk a hegedű szintetizátor kitérését. Veszteségi reflexió esetén a rendszerből folyamatosan energia tűnik el, így az nem telítődhet. Éppen ezért a gerjesztés sem áll le, hanem mindig újraerősíti a gerjesztési szint alá csillapodott hullámokat.

⁴Ha ez nem lenne jól megválasztva, például kisebb gerjesztő energiával nagyobb energiaszintet akarunk átlépni, az F.2. táblázatban látottakhoz hasonlóan „kiürül” a waveguide (és nem gerjed).

$v^+(t-)$	$v^-(t-)$	$\sum v(t-)$	$v^+(t+)$	$v^-(t+)$	$\sum v(t+)$
3	-1	2	2,9	-1,1	1,8
-1	3	2	-1,1	2,9	1,8
1	-3	-2	1,1	-2,9	-1,8
-3	1	-2	-2,9	1,1	-1,8

2.2. táblázat. A csúszó súrlódás kiegyenlítő hatása akkor, ha a hullámváltozók ellentétes előjelűek

A 2.1. táblázatban megadott algoritmussal a tapadó súrlódást mutattam be. A csúszó súrlódás pedig a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

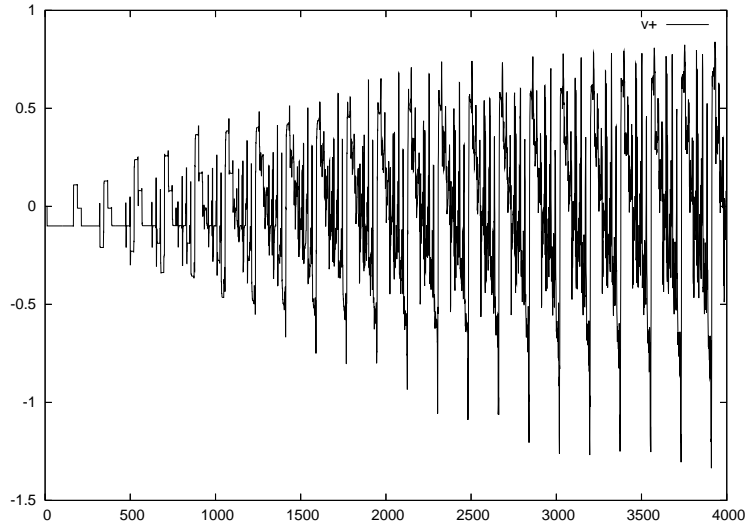
1. A csúszó súrlódás egyik hatása az, hogy próbálja a hullámok abszolútértékét kiegyenlíteni. Ez akkor következik be, ha a hullámok ellenkező előjelűek. Például legyen a jobbra haladó hullám: 3 és a balra haladó: -1, ekkor összegük: $2 > 0$. Hozzáadva mindkét hullámváltozóhoz $-0,1$ -et (2.2) második sora alapján egy $0,1$ disszipációs arány esetén, a kölcsönhatás után a jobbra haladó hullám: $2,9$ és a balra haladó hullám: $-1,1$, az összegük ($= 1,8$) csökken és a hullámok abszolút értéke kezd kiegyenlítődni. (2.2. táblázat)
2. Azonos hullámváltozó előjelek esetén a csúszó súrlódás egyértelműen a hullámdisszipációt növeli, hiszen akkor az összeg és a hullámváltozók előjelei megegyeznek. Így az azzal ellentétes hatás (2.2) második sora esetén mindkét hullámváltozó abszolútértéke csökken. Ilyenkor a waveguide r reflexiós tényezője helyett egy r^* -ot vehetünk figyelembe ($r^* < r$) a küszöbszintet meghaladó hullámokra.

2.2.4. A modell eredményeinek bemutatása, a húr mozgása

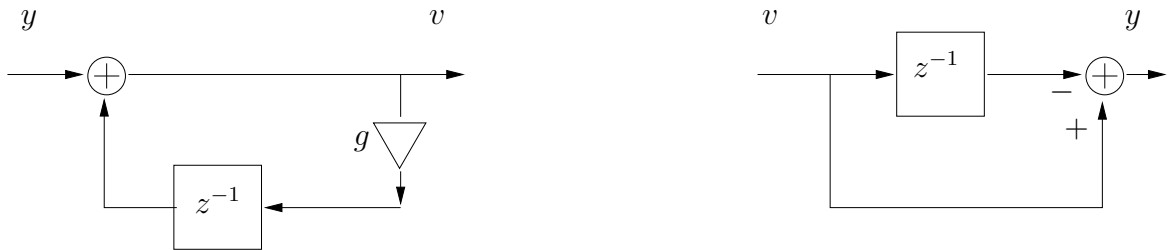
A saját gerjesztési modell kimenete: a 2.6 ábra a húr végén a gerjesztett v^+ sebesség-hullám-kimenetet mutatja.

Néhány megjegyzés a modellel kapcsolatban

Az F.1. függelékben megemlített erőkorlát a hullámimpedancia miatt sebesség-korlátnak felel meg, így a leírt kölcsönhatás úgy magyarázható, mint egy fizikai kölcsönhatásból adódó sebességkorlát.



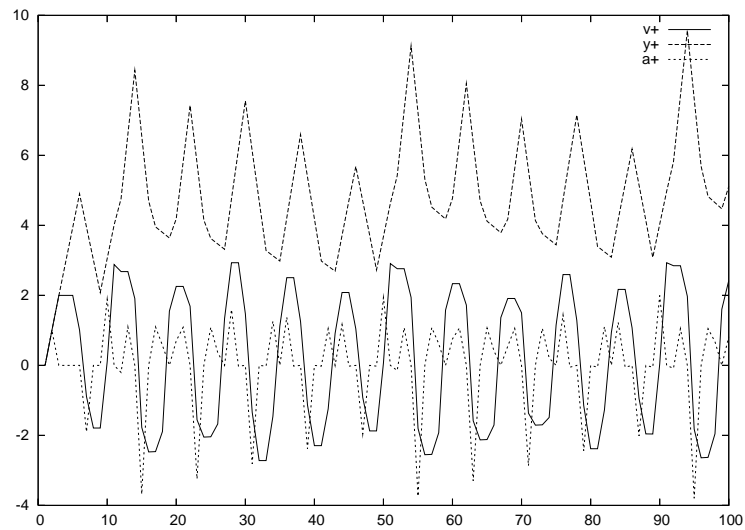
2.6. ábra. Saját gerjesztési modell sebesség-hullám-kimenete ($v^+[n - M]$) nagyobb hűméret és frekvenciafüggő veszteségi reflexió esetén



2.7. ábra. (a) Elsőrendű veszteséges integrátor g veszteségi tényezővel a végtelen DC elkerülésére (b) Elsőrendű differenciátor

Ez a sebesség-korlátozás azonban nem egy olyan mechanizmus, amely teljesen szabályozni tudná a rendszert egy adott sebességtartományban. Csak azt adja meg, hogy a gerjesztés garantáltan leáll a abban a pillanatban, ha a pillanatnyi hűrsebesség túlmegy az adott korláton. (F.4.5. alfejezet)

A waveguide sebesség-hullámjai gerjedhetnek, ha sikerül ellentétes előjelű párokat összehozni, amelyek összege kisebb, mint a sebességkorlát. Maga a waveguide találja meg ezeket a párokat, miközben a hullámok elhaladnak egymás mellett. A legelső gerjedt állapotot a hullámfront legelső eleme okozza, miután „negatívként belépett a túloldalra”. Mindezek ellenére úgy tapasztaltam, hogy az összes hullámváltozó szabályozott maradt, ahogyan a 2.8. ábra mutatja. (Az eddig tárgyaltakban az általános fizikai mennyiségeket a waveguide-változóktól élesen megkülönböztettem, az összefüggéseket az F.4.7. alfejezetben megadtam.) A kitérés-hullámok egy maximális

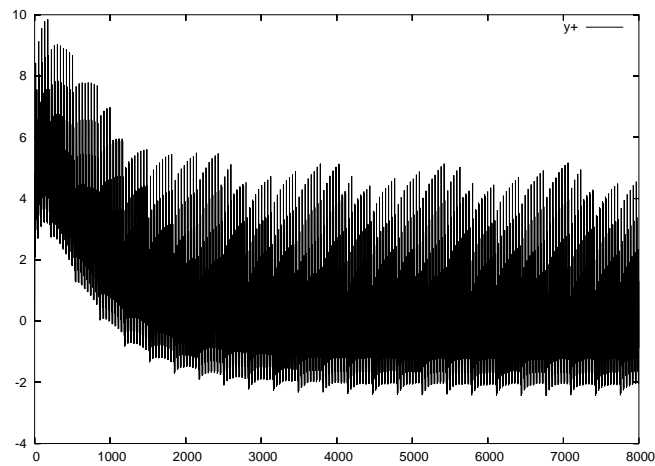
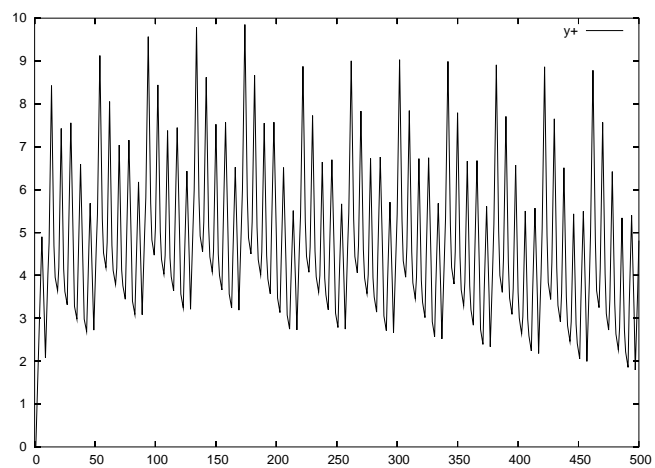


2.8. ábra. A waveguide-változók időbeli deriváltjai, $r = 0,99$

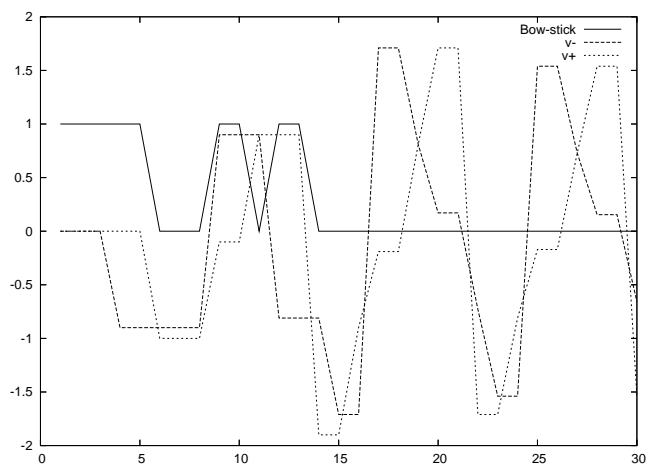
érték elérése után fokozatosan csillapodnak. (2.9. és 2.10. ábra).

A sebességhullámos waveguide jelen feltételekkel nem tud „lineárisan elszállni”. Ennek okai lehetnek:

- Egyenesvonalú nagymértékű gyorsítás nem lehetséges, ez egyrészt az F.4.5. alfejezetben leírtak miatt van így.
- A veszteségi reflexió elnyelésének abszolút nagysága a hullámok nagyságával növekszik, így egy idő múlva egyensúlyt tart egy konstans növekedéssel.

2.9. ábra. A kitérés-hullám időfüggvénye $r = 0,99$ reflexiós tényezővel

2.10. ábra. A kitérés-hullám időfüggvénye (zoom)



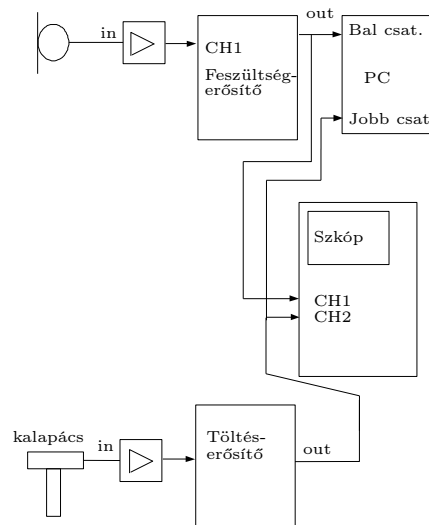
2.11. ábra. A húr gerjedése

3. fejezet

A hegedűtest modellezése

3.1. Átviteli függvény mérése

3.1.1. Mérési összeállítás, kezdeti nehézségek



3.1. ábra. Átviteli függvény mérési elrendezés

A méréseket a Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék DSP-laborjában végeztem. A gerjesztés egy B&K mérőkalapács segítségével történt. A két csatornás mérésekben a gerjesztést (a kalapács jele) és a választ (a mikrofon jele) is rögzítettem a PC-n. A kapott gerjesztések és válaszok időfüggvényein FFT-t hajtottam végre, majd átlagoltam a spektrumokat. Az átlagolással javított gerjesztés- és válaszspektrumok hányadosa adta az átviteli függvényt. A jelfeldolgozást MATLAB

szkriptekkel gyorsítottam meg. (3.1. ábra) A mérést nem süketszobában végeztem, így meg kellett gondolni, hogy a reflexiók hatása elhanyagolható-e. A mikrofon közelsége és az esetleges másodlagos hangforrások gyengesége miatt a reflexiók hatását nem vettem figyelembe. (A fő cél a hatásos gerjesztési módszer megtalálása volt.) A legfőbb probléma a nagyfrekvenciás tartományban (2-10 kHz) történő mérés volt, ugyanis az eddig próbált módszerekkel a gerjesztő jel túl gyengének bizonyult magas frekvenciákon.

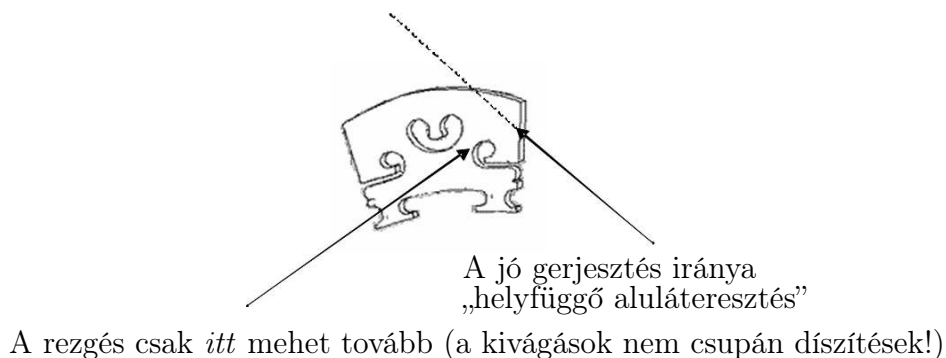
A mechanikai és akusztikai rezgések legfőképpen úgy képzelhetők el, hogy a hangszer bizonyos ezeknél sokkal erősebb, nagy energiájú gerjesztő eszközzel kölcsönhatásba lépnek, és nagyon rossz hatásfokkal, mintegy másodlagosan akusztikai rezgés keletkezik. A hegedű („támadási pontja”: a hegedűláb) laboratóriumi eszközökkel való gerjesztésének legnagyobb nehézsége a kis mérete. Kis méretű mechanikai, elektromechanikai gerjesztő és mérő eszközeink pedig gyengék és pontatlanok. Ez különösképp a nagyfrekvenciás mérésekre igaz, ahol a hegedű nagy impedanciát mutat, nem veszi át a gerjesztést. (Elnyeli és/vagy visszaveri.)

Éppen ezért az első próbálkozások után valamiféle szilárd, kevésbé képlékeny kapcsolatot próbáltam kialakítani a gerjesztő és a hangszer között, mert az volt az elképzelés, hogy a képlékeny felületek okozzák azt, hogy a gerjesztéshez használt „mérnöki” kalapácsütés nem elég impulzusszerű. (A megoldás keresése közben fejlesztettem ütéstechikámat is: acélosan rugalmas csuklóval próbáltam ütni, és a visszapattanáskor a kalapácsot gyorsan elrántottam.)

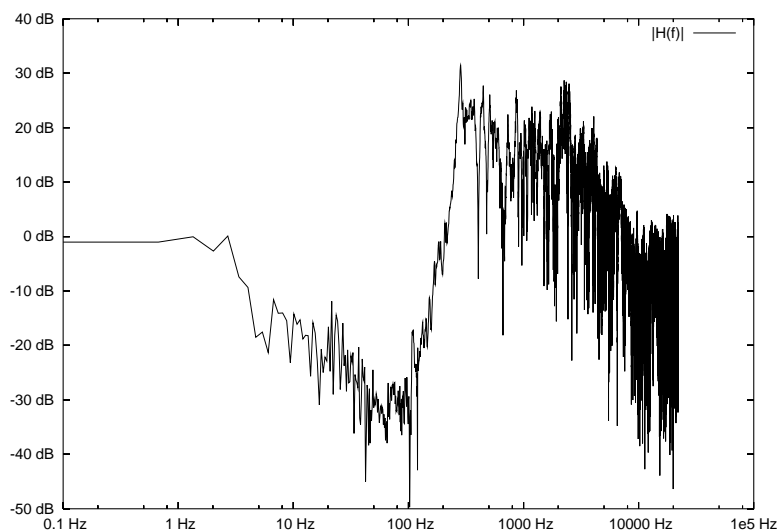
Közben egy preparált hegedűlábbon kísérletet végeztem egy a hegedűlábba mélyen beszúrt gombostűvel. Ennek felületére ütöttem a kalapáccsal, arra számítva, hogy a gerjesztés garantáltan átmegy a láb keresztmetszetén. Valóban, a spektrum szélesedett, ugyanakkor torzult is: ugyanis a fémdarab is berezgett. A végső megoldást tehát nem ez jelentette, de ez a módszer szükséges volt, hogy a végső megoldáshoz eljussak. A gombostű beszúrása ugyanis nem volt egyszerű feladat. (Ez a hegedűláb a belefűrt kis lyuk ellenére még mindig kifogástalanul üzemel.) Át kellett gondolni, hogy a szűk keresztmetszeten át hogyan is juthatunk lefelé a hegedűlábban. A hegedű felé haladó rezgéseknek is ezt az utat kell megtennie.

3.1.2. A hegedűláb optimális gerjesztése

Végül bebizonyosodott, hogy a túl nagy csillapítást a nem megfelelő irányú gerjesztés okozta, ugyanis a hegedűláb irányfüggő csillapítással (és reflexióval) rendelkezik.



3.2. ábra. A hegedűláb optimális gerjesztése

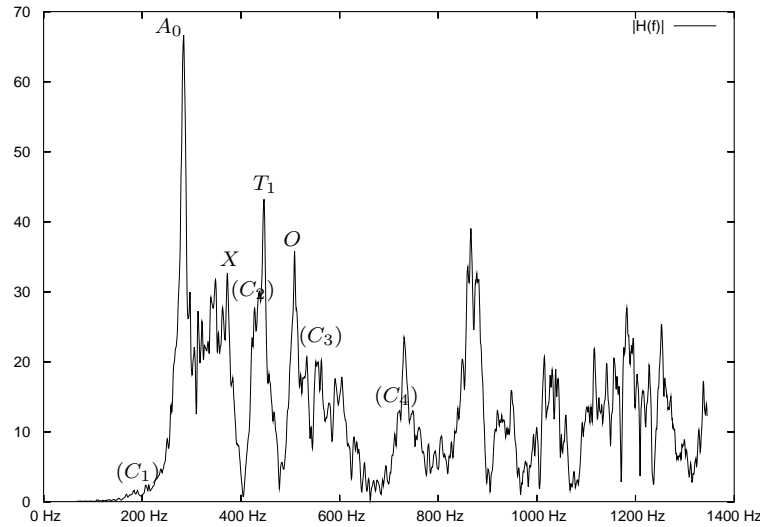


3.3. ábra. A mért átviteli függvény log f - dB skálán

A díszítést szolgáló bevágások mechanikailag kettős célt szolgálnak. Egyrészt lezárják a rezgések útját, másrészt a láb merevsége csökken bizonyos irányokban. Az itt tapasztalt tulajdonságok igazolására a [6] [7] szakirodalomban semmiféle adatot nem találtam. (A kis méretű díszítések a hegedűláb frekvenciaátvitelére és frekvenciafüggő reflexióira is hatással vannak.) Végül az interneten kerestem különböző mérési eljárásokat. Az ott talált leghitelesebbnek vélt források is alátámasztották ezt a módszert. [18] [19] [20]

3.1.3. A mért átviteli függvény

A 3.3. ábra az előzőekben leírtak alapján készült. A logaritmikus skálával átfogtam a hallható spektrum számunkra érdekesebb részét. Látható az átvitel aluláteresztő



3.4. ábra. A formánsok. A mért átviteli függvény lineáris frekvencia és amplitúdómenete. X = oldalhang, O = háhang és tetőhang

Svéd jelölésrendszer	Hutchins
A: Air	A: Air
T: Top (only)	
C: Body (top & back plate)	B: Body
N: Neck, fingerboard	

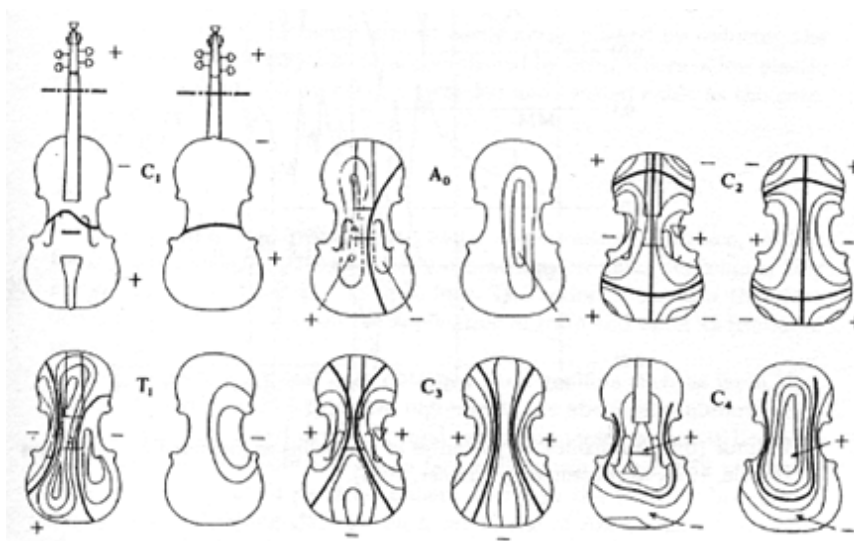
3.1. táblázat. A hangszerfizikusok jelölésrendszere

jellege. A fáziskarakterisztika közel lineáris. Kis frekvenciákon jellegzetes, a hegedűre jellemző rezonanciahelyek, formánsok ismerhetők fel. (3.4. ábra). A formánsok a test és a testüregbe zárt levegő módusaival vannak kapcsolatban.

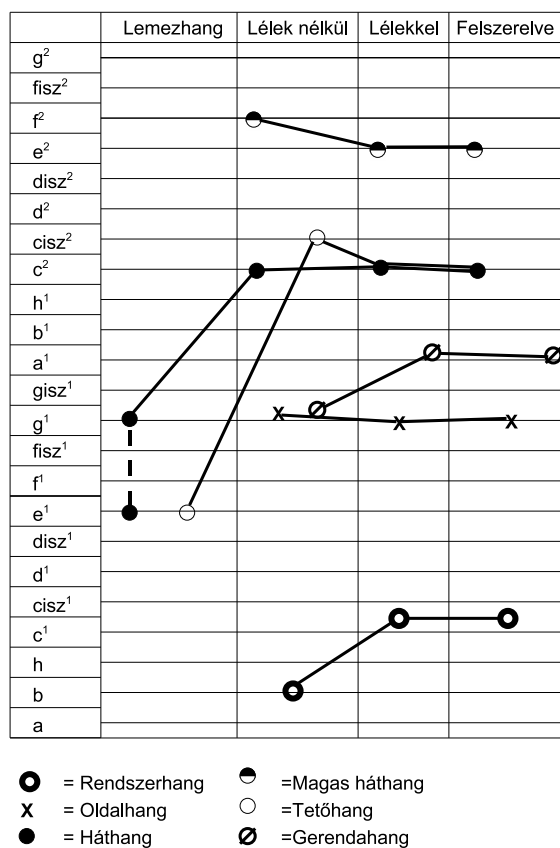
3.1.4. Az átviteli függvény hitelesítése

A formánsok a 3.1. táblázat és a 3.5. ábra szerinti elnevezéseit a hangszerész és hangszerfizikus szakirodalomból vettem. [1] [7] A különböző módusok hegedűtesten való megjelenéseit mutatja a 3.5. ábra.

Ugyanezen módusokat egyszerű eszközökkel is lehet gerjeszteni és füllel hallgatva is analizálhatók. Ezt a módszert a hangszerészek már régóta alkalmazzák. [7] A szakirodalomban így fellelhető adatokat feldolgoztam és összeegyeztettem egymással, illetve a mérési eredményeimmel is összevettem. (3.2. táblázat)



3.5. ábra. A hegedűtest módusai



3.6. ábra. Lakkozott hegedű formáns változásai Fuhr szerint

- C₁ (185 Hz)** Egy-dimenziós rezgés [B_{-1}]. Nem találtam a Fuhr-hangok közt megfelelőt.
- A₀ (275 Hz)** Az f-lyukaknál a levegő alaprezgése, ez egyezik a rendszerhanggal vagy űrhanggal.
- C₂ (405 Hz)** 2-dimenziós módus. Jól egyezik az oldalhanggal
- T₁ (460 Hz)** a tető fő rezgése (néha erősen a háton is megjelenik, ez a B_1^- , vagyis valószínűleg a mély háthang). A hangszerészek tetőhangja (a tető lemezhangja) a lélek behelyezésével eltűnik (a háthanggal fog megegyezni), viszont a rendszerhang és a gerendahang kb. egy egész hanggal magasodik. [7] (A vizsgált hegedűk magas ára miatt T_1 tetőhang a tetőlemezzel egyberagasztott gerendával értendő. [1]). Összeszerelt hangszernél ez a mért módus tehát a közel a gerendahang, mivel a gerenda hatása jelentős. [6]
- C₃ (530 Hz)** Mindkét lemez erős rezgése [B_1^+], a háthanggal egyezik meg, amely egyben az összeszerelt hangszer tetőhangja is.
- C₄ (700 Hz)** Mindkét lemez 2-dimenziós rezgése. Megfelelője lehet a magas háthang illetve az archangok közül valamelyik.

3.2. táblázat. A két hangszerész kutatási eredmény összevetése

A 3.6. ábra szerint a hangszer formánsai változnak a hegedű készítésének során. Éppen ezért a lemezek móduselemzésekor kapott frekvenciaadatok nem adnak azonos eredményt az elkészült hegedű által felerősített rezonanciahelyekkel. A hangszerész szaknyelvben a hangszer építésének fázisait a következőképpen adják meg:

Lemezhang a kifaragott falemezek önhangja ragasztás előtt.

Lélek nélkül a hangszerestest legfőbb részei: a tető, a hát és a kávak által határolt rezonátor már egybe van építve, a lélek azonban nincs behelyezve. (A hegedűnyak és fogólap még hiányzik.)

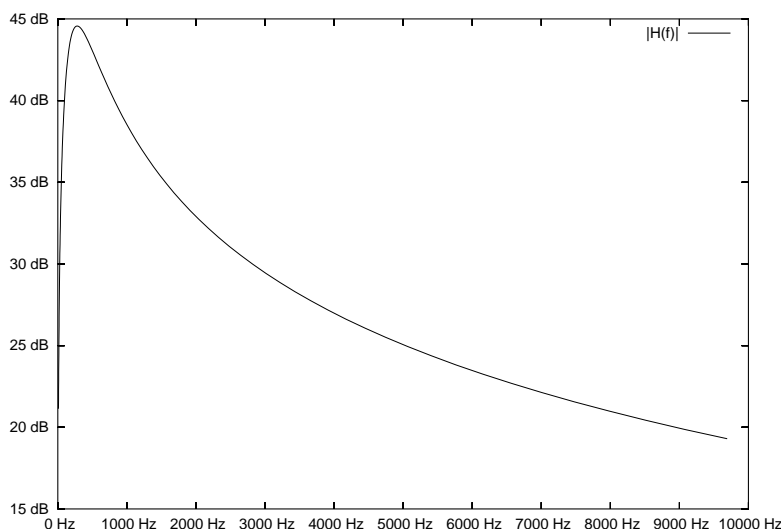
Lélekkel hasonló az előbb leírt állapothoz, de a lélek be van helyezve.

Felszerelve a hangszerest: azt játékra alkalmassá tesszük. A hegedűtestet hegedűnyakkal, fogólappal és húrokkal látjuk el. Ezekhez húrtartó, álltartó, gomb, kulcsok stb. tartoznak. A felsorolt részelemek többsége nagy tömegű, ez a formánsokra mélyítő hatású. [7]

A mérési eljárás vizsgálata. A mérési eredményt koherenciafüggvénnyel is megvizsgáltam. Nem kaptam rosszabb eredményt, mint amelyet hasonló körülmények

közt általában akusztikus rendszerek mérésekor várhatunk. (Az interneten talált hitelesnek tartott forrásokat pedig már az előzőekben említettem.)

3.1.5. A „biquad” filter



3.7. ábra. A 2-pólusú, 2-zérusú (biquad) szűrő erősítése $q=0,994$ jóságú tényezőre

Több hangszer mért átviteli függvényét összevetve kiderült, hogy az A_0 formáns (a levegő alaprezgése vagy Helmholtz-rezonancia, másik nevén rendszerhang stb.) szerepe mennyire fontos a számunkra a kellemes „rezonanciaérzet” szempontjából. Úgy tapasztaltam ugyanis, hogy ha ennek a módusnak az erősítése nagy, akkor erős, ugyanakkor zengő, lágy hegedűhangot kapunk. Ezt az eredményt a hangszerfizikusok igazából nem ismerik, mivel ezt a szakirodalom még nem tette közzé. Az elkészült hegedűszintetizátorban azonban a testszűrő javítására ezt a tulajdonságot felhasználtam, ugyanis egy IIR szűrővel a kimért 285 Hz-es módust még jobban kiemeltem. Sajnos a szoftveres szintetizátorban kifejlesztett szűrő ebben a frekvenciasávban nagyon pontatlan közelítéseket alkalmazott, így a 3.7. ábra szerinti frekvenciamenet eléréséhez a bemeneti pólus frekvenciája 14,5 Hz volt.

A biquad-szűrő átviteli függvénye a programkód alapján:

$$H(z) = g \cdot \frac{z^2 + z_0z + z_1}{z^2 - p_0z - p_1}$$

$$z_1 = -1, z_0 = 0 \text{ és } p_0 = 2 \cdot q \cdot \cos(2\pi \cdot f/f_s), p_1 = -q^2$$

ahol f a pólus frekvenciája, f_s a mintavételi frekvencia, q a jósági tényező, g a konstans erősítés.

3.2. A gyors konvolúció alapelvei

3.2.1. Magas foksámú real-time FIR szűrő számításigénye

A hegedűtest átviteli függvényének meghatározásakor felvetődött, hogy hogyan lehetne a méréssel már meghatározott szűrőparamétereket egy real-time alkalmazásban felhasználni. Az ötletet a Linux alatt kifejlesztett BruteFIR adta, noha ezt az alkalmazást nem sikerült közvetlenül felhasználni. [30] Lényegében ez a fejlesztés egy optimalizációs feladat volt, amelyben a követelmények és a lehetőségek adottak voltak:

- Az időtartománybeli konvolúció pazarlóan bánik a processzor erőforrásaival, hangmintánként túl sok szorzást kell elvégezni, és ezért nagyobb foksám esetén nem használható.
- Egy real-time MIDI alkalmazásban megengedhető némi késleltetés (latency), azonban ez kevesebb kell, hogy legyen, mint 50-100 ms.
- Az FFT segítségével végzett konvolúció esetén a műveletigény jóval kevesebb, mint az időtartománybeli konvolúció számításakor.
- Az FFTW library alkalmazásával egy olyan függvénytár áll rendelkezésre, amely kihasználja a különböző processzorcsaládok hardver előnyeit (pl. SIMD utasítás)

Egy olyan rövid, C++ függvényt írtam, amely egy saját fejlesztésű programkódba könnyen beleilleszthető, és amelyben a FIR szűrő foksáma, illetve a latency a hardverkörnyezetnek megfelelően széles skálán állítható. Ennek megvalósításakor a következő megoldandó feladatok merültek fel:

- A cirkuláris konvolúció hatásának figyelembevételére egy FFT-s konvolúció végrehajtásakor;
- A már kidolgozott gyors konvolúciós eljárások tanulmányozása, implementációja;
- Az egyéni sajátosságok esetleges figyelembevételére.

3.2.2. Cirkuláris konvolúció DFT (FFT) esetén

$$x[k] * y[k] \equiv \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[k]y[k-l] \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{DFT}^{-1}\{(X \cdot Y)_k\} &= \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} (X_p Y_p) e^{j\vartheta \cdot p \cdot k} = \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} \left(\sum_{l=0}^{N-1} x[l] e^{-j\vartheta \cdot l \cdot p} \right) Y_p \cdot e^{j\vartheta \cdot p \cdot k} \\ \mathcal{DFT}^{-1}\{(X \cdot Y)_k\} &= \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} \left(\sum_{l=0}^{N-1} x[l] \cdot [Y_p \cdot e^{j\vartheta \cdot p \cdot (k-l)}] \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

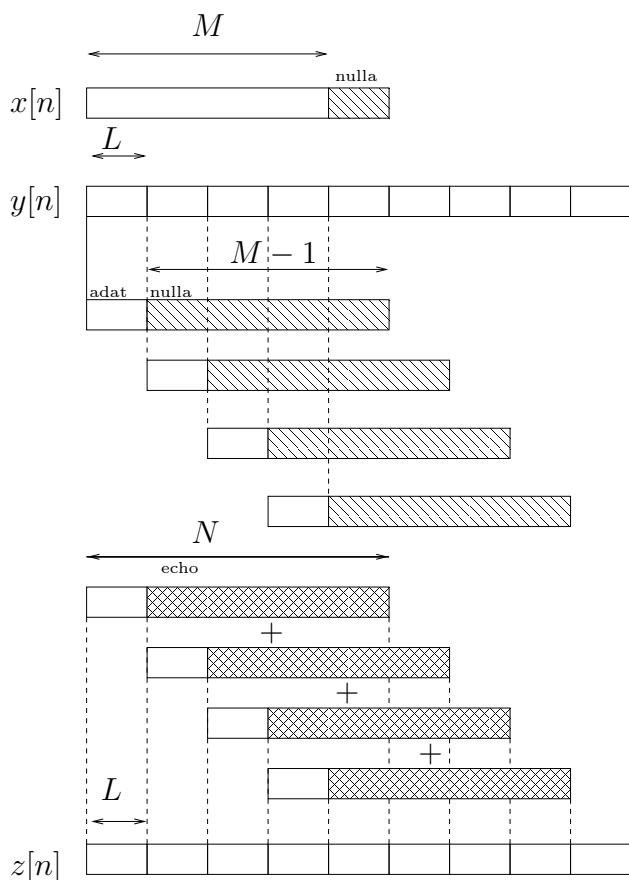
Tegyük fel, hogy adott egy L -elemű vektor \mathbf{x} : a szűrő impulzusválasza, és egy M -elemű \mathbf{y} : a szűrendő adathalmaz.

- A transzformáció definíciójából kiindulva ismeretes, hogy ezen bemeneteket a DFT periodikusnak tekinti. A DFT elemek száma legyen N . Ekkor ha $L < N$ vagy $M < N$, a maradék elemeket nullákkal töltjük fel (zero padding).
- A (3.1) által megadott lineáris diszkrét konvolúció L és M hosszúságú nem nulla elemű bemeneti vektorok konvolúciójakor eredményül egy $N_{konv} = L + M - 1$ hosszúságú nem nulla elemű vektort ad meg.
- A (3.2) alapján látható, ($\vartheta = 2\pi/N$) hogy a kapcsos zárójelek közt megadott kifejezés (3.1) szerinti $y[k-l]$ spektrális alakja. A DFT számolásakor a nyilvánvalóan cirkuláris \mathbf{y}_{DFT} a $k-l$ helyen átlapolódhat minden $l > k$ -ra. Ekkor ezen az $N - (l - k)$ helyen esetlegesen már eredményt adó lineáris konvolúció eredményét a DFT elrontja. (cirkuláris konvolúció.)
- Éppen ezért, hogy az átlapolás ne jelentsen számolási hibát, minimálisan $N = L + M - 1$ nagyságúnak kell lenni a DFT-térnek.

3.2.3. Az Overlap-Add algoritmus működése

A megvalósítás során az „Overlap-Add” működése volt a célnak leginkább megfelelő. Ezek az algoritmus a „fél-FFT-fél-konvolúció” elven működik, amely azt jelenti, hogy egyrészt

- felhasználja azt, hogy egy egész tömböt konvolválhatunk egy FFT művelet segítségével,
- de ennek a tömbnek a nagysága kisebb lehet, mint maga az FFT-tér, amelyben a szorzás végrehajtódik a konvolúció-elméletnek megfelelően;



3.8. ábra. Az „Overlap-Add” algoritmus. $z[n] = x[n] * y[n]$, ahol $x[n]$ a szűrő impulzusválasza, $y[n]$ a szűrendő jel, $z[n]$ a szűrt jel.

- az algoritmus arra épít, hogy a kauzális konvolúció a régebben történt és az aktuális gerjesztés adott időpillanatra eső impulzusválaszainak szuperpozíciója, és a szegmens-tömbök összegzését egy az FFT alappontok számával megegyező nagyságú cirkuláris buffer segítségével hajtja végre (3.8. ábra).

3.2.4. Az algoritmus sajátosságai

Látható, hogy kis latency esetén sűrűbb az FFT végrehajtása, így egyre több erőforrást használunk el a gyorsaság kedvéért. Ennek ellenére még mindig elég hatékonynak bizonyult ez a megoldás, és egy jobb PC-n 32678 illetve 65536-pontos FFT-vel és 1024..2048 elemű rövid adatblokkokkal is megbirkózott 44,1 kHz-es mintavételi frekvencián. A cirkuláris bufferben történt összegzés azt is jelenti, hogy a régebbi „visszhang” visszacsatolódik.

A numerikus hibák és/vagy mért zajos impulzusválasz miatt a zaj akkumulálódott

a visszacsatolt cirkuláris bufferben. Ennek kivédésére egy „felejtő buffert” hoztam létre: a régi mintákat csillapítottam egy 0,9-es faktorral. Ezzel a visszhang még nem tűnt el túl gyorsan, viszont az összegyűlt zaj nem tudott felhalmozódni.

3.2.5. A test átviteli szűrő alkalmazása a modellben

- A FIR szűrő impulzusválasza (a 3.8. ábra szerinti x vektor) a hegedűtest mért átviteli függvénye.
- Az 1.4. ábrán mutatott elrendezés alapján, a FIR szűrővel megvalósított test átviteli szűrő bemenetére (a 3.8. ábra szerinti y vektor) a waveguide-modell húrvégi szuperponált sebességét (a sebesség hullámok összegét a húr végén) vagy a húrvégi v^+ hullámváltozó differenciáját adjuk. (A F.4.7. alfejezet adja meg a pontos fizikai képet.)
- A kapott kimenet (a 3.8. ábra szerinti z vektor) a hegedűtest által adott hegedűhang.

4. fejezet

A szoftveres hegedűszintetizátor

4.1. A hegedűszintetizátor bemutatása

4.1.1. A szoftverszintetizátor előnyei és hátrányai

A gerjesztési modell és a testmodell megalkotása után felvetődött az a gondolat, hogy egy valós idejű szimuláció meggyorsítaná a paraméterbeállítás és a tesztelés hosszúra nyúló munkáját. A DSP-s megvalósítással szemben a szoftver szintetizátor fejlesztése a következő előnyöket kínálta:

- Egy PC-s alkalmazás könnyebben és gyorsabban fejleszthető, mint a hardveres szintetizátor, jól tesztelhető, nyomon követhető.
- Maximális MIDI támogatással rendelkezhet a fejlesztendő/kifejlesztett eszköz, mert az operációs rendszerek támogatják az együttműködést a különféle MIDI alkalmazásokkal, amelyekből nagyon sok forrásból rengeteg féle létezik.
- Gazdagon konfigurálhatók a PC-s MIDI alkalmazások.
- Ma már nagyon nagy teljesítményűek a PC-k processzorai, sok DSP-s effekt használható.
- Sokan foglalkoztak a szoftveres hangszintézissel, sok hozzáférhető programkönyvtár létezik, amelyek viszonylag jól dokumentáltak.

Néhány olyan jellemzőt is megemlítenék, amelyek a fejlesztés során még annyira nem, de később a PC-s szoftveres alkalmazásnál hátrányt jelenthetnek:

- időigényes lehet a beállítás,

- PC-s környezet kell, nehéz hordozhatóság, platformfüggő alkalmazás lehet.

Ezek a hátrányok kezdetben elhanyagolhatók voltak a várható előnyökkel összehasonlítva.

4.1.2. A hegedű szintetizátor tulajdonságai

1. A MIDI-vezérlés.

A fizikai paraméterek ügyes kezelésén múlik a jó hegedűhang valós idejű előállítása. Ezek a paraméterek részben már ismertek a hagyományos MIDI hangszereknél, másrészt a hegedűre jellemző paraméterek.

Dinamika a hangerő változtatása.

Hajlítás a hangmagasság folyamatos változtatása a félhangok közötti hangmagasságokra is. Az énekhangot utánozhatjuk vele. Zenei elnevezése: *glissando*, csúszás.

Vibrato a frekvenciamoduláció zenei elnevezése. A kellemes moduláló frekvencia 6-7 Hz.

Tremolo a hang remegtetése a „bow bouncing” segítségével. A vonórúd függőleges mozgását, rezgését (a súrlódó erő periodikus változását) egy szinuszfüggvénnyel közelítjük. (Amplitúdómoduláció.)

Velocity a billentyűzet leütési érzékenysége és hatása a hang elindítására, „hogy a hang eleje mennyire meredek.” A vonó gerjesztésének nagyságát burkológörbével is befolyásolhatjuk, egy hegedűjátékos vezérléséhez hasonlóan.

Tompítás a lecsengés gyorsítása. Például, ha vonóval leszorítjuk a húrokat.

Legato zenei kifejezés. A hangok ’összekötése’. A lényege: több hang egy szótagra vagy magánhangzóra (ének, vers) / levegőre (ének, fúvós) / vonóra (vonós) / lendületre / ívre (ütő, karvezetés). A szimulációnál úgy valósul meg, hogy az új hang elindításának pillanata előtt nem szűnik meg a régi hangnak megfelelő húr rezgése.

Online vezérlés az éppen (legutoljára) megszólaltatott hang paramétereinek valós idejű állítása.

Offline vezérlés egy bizonyos kiválasztott hang paramétereinek beállítása.

Ezek a beállítások a minden megszólaltatáskor újra beállítódnak az online állításoktól függetlenül. Ezeket a beállításokat fájlba is menthetjük.

Hangszín állítási lehetőségek:

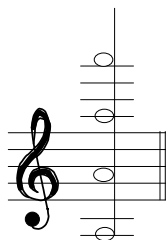
- A vonó gerjesztési pontjának változtatása. A vonó helye a húron, a hegedűlábtól való távolsága alapján, cm egységben.
- A hangok különböző fogásmódjainak alkalmazása, mivel azok különböző húrokon, más hangszínnel szólnak. (Különböző egypólusú szűrőparaméterek beállítása.) Jelenleg 4 ilyen hang van: az üres G, D, A, E húr, amelyeknek van lefogott párja. (Egy lefogott „brácsás” G is megszólaltatható.)
- A többi hangra jelenleg csak egyféle fogásmód lehetséges.
- A vonásmodell egyéb paramétereinek változtatása (a „disszipációs együttható”: a csúszó súrlódás hatása, és a „bowhair”, amely a tapadó súrlódással kapcsolatos „ k ”-paraméter).
- A gerjesztő erő gyors időbeli változtatása is hatással van a hangszín változására. (A játékos vonótechnikájának modellezése: ADSR burkológörbe paraméterek.)

2. MIDI- és audio támogatás

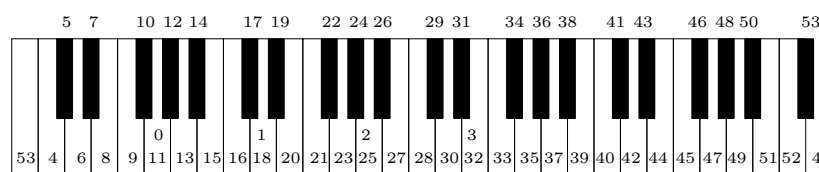
Virtuális kontroller Olyan MIDI-vezérlőket is használhatunk, amelyek szoftver alapúak és egy grafikus keretrendszerben működtethetőek, pl. Windows. Potenciométereket, kapcsolókat, gombokat stb. kezelhetünk az egér segítségével. Előnye, hogy olcsó és sok lehet belőle. Hátránya: esetenként nem áll kézre.

Sequencer- és PlayBack lehetőség A program együtt tud működni szekvenszerekkel, így fel lehet venni egy MIDI fájlba azt, amit éppen alkotunk a billentyűzeten. Sőt, vissza is lehet játszani az eredményt. A komolyabbaknál MIDI fájljainkat/művünket például WAV formátumban is kimenthetjük.

„Vonás- és stílus gyűjtemény” Ez, ami még igazából nem létezik. Ha lenne egy ilyen, akkor csak be kellene állítani egy zenei stílust és beütni a hangokat, a szintetizátor automatikusan beállítaná a fizikai paramétereket a megfelelő játékmódhoz úgy, mint egy profi muzsikus. Az offline-beállítási



4.1. ábra. A „Paganini-fogással” átfogható maximális 3-oktávós hangterjedelem



4.2. ábra. A húrok sorszámának kiosztása egy 4-oktávós billentyűzeten

lehetőség továbbfejlesztésével egy későbbi változatban ez is megoldható lesz.

3. A hang tulajdonságai

Elérhető hangterjedelem A billentyűzeten a teljes MIDI hangterjedelemben szólalnak meg hangok. A felismerhető hangmagasságok kb. 30 Hz-től kb. 5 KHz-ig terjednek, ezen belül a hegedű hangszín a saját regiszterében megszólal, amely több, mint 4 oktáv terjedelmű. Érdekesen, de jól szól a cselló hang például hegedű-teszten megszólaltatva.

Polifónia fok az egyszerre megszólaltatható hangok száma. A program 54 párhuzamosan egyszerre megszólaltatható húrt biztosít a polifon hangzáshoz. Ez kevesebb, mint a MIDI által meghatározott hangmagasságok száma, amely 128. A húrok száma a szoftver apró módosításával tovább növelhető, de ez a bővítés a processzor erőforrásait egyre jobban igénybe veszi. A hegedűn csak 4 húr van, de egy adott hangmagasság többféle fogásmóddal is eljátszható. Ezt azonban egy zongorabillentyűzeten nem, vagy nagyon nehézkesen lehetne megvalósítani. Egy trükkös megoldással elérhető az, hogy a hegedűs irodalom garantáltan eljátszható legyen kb. 40 párhuzamosan rezgethető húrral úgy, hogy teljesen zongoraszerű le-

gyen a vezérlés ¹ (4.2. ábra)

Ez a megoldás azonban nem teljesen azonos a polifónia-fokkal, mert a szólamok által garantáltan átfogható hangterjedelem csak annyi félhang, ahány egyszerre meg tud szólalni. Az ebből az intervallumból kieső szólamok ütközhetnek a többivel, így szerencsétlen esetben csak a húrra utoljára eső hang fog megszólalni.

A hegedűs irodalomból ismert a lefogott hangok maximális intervalluma, amelyet „Paganini-fogás”-nak neveznek (4.1. ábra). Ez 3 oktáv, vagyis 36 félhang. A korlátot a kéz és az ujjak véges hossza adja. Az üres húrok és a lefogott hangok közti távolság ennél is nagyobb lehet, de ez a 4.2. ábra szerint nem okoz problémát, mivel az üres húrok számára elkülöníttem az eddigiektől függetlenül kezelt 4 húrt. A program az elméleti 36 félhangot jóval túlteljesíti, és egy 4-oktávós MIDI billentyűzet számára optimalizált.

Sztereo zengetett hang és jó minőségű testszűrő a hangélményhez elengedhetetlen részelemek. Lehetőség van a testszűrő rezonanciájának további javítására is.

4.1.3. A hegedű szintetizátor fő rendszertechnikai elemei

Itt azokat a fő funkcionális elemeket említeném meg, amelyek szükségesek voltak a hegedűszintetizátor létrehozásánál. A waveguide modellezéséhez szükséges elemek:

- késleltetővonal lineáris interpolációval,
- veszteségi szűrő: egypólusú szűrő,
- saját gerjesztési modell,
- a vonásmodell támogatására a gerjesztést burkológörbe-generátorral (ADSR) és szinuszos burkolóval („bow-bouncing”) is lehet modulálni, amelyek a játékos és vonó alapszintű modellezésének eszközei.

A test modellezéséhez szükséges elemek:

¹A tiszta prím hangköz (unisono) megvalósítása a zongorabillentyűzet sajátossága miatt plusz egy függetlenül kezelt (fenntartott) húrt és egy extra MIDI vezérlőt igényelne. Jelenleg ez a „kórus”-effekt nem implementált.

- FIR szűrő gyors konvolúciós módszerrel („Overlap-Add” módszer). További tulajdonságok: 3 mért test átviteli szűrő (FIR szűrővel megvalósítva) áll jelenleg rendelkezésre, de a szűrő paramétereinek kicseréléséhez fájlcsere és a program újraindítására van szükség.
- 2-pólusú-2-zérusú szűrő (BiQuad Filter) A test átvitel javítása ezzel az IIR szűrővel lehetséges.

4.2. Szoftvertechnológiai információk

4.2.1. Alapfogalmak, a felhasznált fejlesztői irodalom

Az itt közölt internetes források listáját az irodalomjegyzékben feltüntettem, de így talán kényelmesebb lehet, ha a magyarázó szövegben is benne van.

Platformfüggetlenség A platformfüggő részek a forráskódban konstans paraméterek megadásával, illetve az operációs rendszer környezeti változóinak vizsgálatával feltételesen fordítódnak le. Noha az eredeti STK 3.1 csomag (lásd: felhasznált program-könyvtárak, ugyanebben az alfejezetben) nem csak Windowst vagy Linuxot támogat, a konzolos szintetizátor-program (violin.exe) csak e két operációs rendszer alatt tud jelenleg futni.

A diplomafélévben további fejlesztések már kizárólag Windows alatt folytak, így az új grafikus felület (a MIDI library miatt) jelenleg csak Windows alatt üzemképes. Így a program a kezdeti platform-függetlenségét a grafikus felület platform-függőségével elvesztette.

A használt nyelv C++. Előnye: objektumorientáltsága lehetővé teszi, hogy a már létrehozott modulokat könnyen be tudjuk integrálni más szoftverekbe. Az interfészeit kell ismerni az osztálynak, és rögtön „behuzalozható” a rendszerbe. Az objektumok, illetve az osztályhierarchia rövid bemutatása (UML diagram) és a legfontosabb információk a 4.2.3. alfejezetben találhatóak.

Fordítói környezet A fordítást kezdetben Debian Linux alatt végeztem mindkét platformra úgy, hogy két különböző makefile-t futtattam le a fordításhoz. A linuxos változat a GCC (GNU C Compiler Collection) g++ fordítót használta, a windowsos pedig egy i586-mingw32msvc-g++ fájlnevével ellátott, szintén szabad forráskódú cross-compiler fordítót és a hozzá tartozó runtime-libraryt.

MinGW (Minimalist GNU win32 (cross) compiler): elvileg van lehetőség kevésbé „fapados” fordítót is használni, (Pl. Borland) a legutóbbi fejlesztéskor azonban hasonlóan az előzőekhez, egy Windows alatt futó MSys-Mingw32 rendszert használtam, amely szintén GCC-t használ és ugyanolyan konzolos make paranccsal lehet a fordítást elvégezni.

1. Linux: GCC (GNU C Compiler Collection) Ingyenes, de jól használható, sok nyelvet támogat.
2. Windows: MinGW (Minimalist GNU win32 (cross) compiler, A Linux hosted, win32 target, cross compiler for C/C++) szintén ingyenes (<http://www.mingw.org>) kompakt fejlesztői rendszer: MSys-MinGW32 egy fejlettebb text-editorral „karöltve” (pl. Sc174)

Grafikus környezet a „Tcl/Tk”-library, amely Linux és Windows környezetben is létezik. A Tcl egy magas szintű interpreter nyelv, amelyik nagyon fejlett sztring-feldolgozási képességekkel rendelkezik. Ezen kívül támogatja a fájlkezelést, az időzítést (és interrupt-rutinok írását), a pipe-os és socket-es kommunikációt, így együtt tud működni más processzekkel is. A fejlesztés során a nyelvet MIDI-támogatással bővítettem, amelyben segítségemre voltak az interneten található forráskódok és a Win32 multimédia API-ban szerzett tapasztalatok. A MIDI-könyvtár (midi.dll) segítségével a Tcl-program képes MIDI üzenetek küldésére, sőt, fogadására, és a MIDI eszközök összekapcsolására is. A Tk egy grafikus toolkit, struktúráival nagyon jól beépül a Tcl nyelvbe, kiterjeszti annak lehetőségeit: mód nyílik az eseményvezérlésre, grafikus ablakkezelésre, mindez néhány utasítás segítségével, rövid programozási idő alatt. Mindezekhez maga a Tcl-szkriptet tartalmazó szövegfájl és egy wish interpreter kell. Ezt az interpretert a Linux disztribúciók automatikusan feltelepítik, de Windows alá is léteznek ilyen programok, a linuxos wish (simple windowing shell) program forráskódja pedig Windows alá is fordítható. Internetes forrás: <http://www.tcl.tk/> Tcl nyelv tutorial: <http://www.msen.com/clif/Tcl.html>

Saját készítésű driver támogatás MIDI eszközök ALSA (Advanced Linux Sound Architecture) támogatása (Linux-változat).

Az STK projekt az OSS hangmodulokra épült, de azóta fejlődött a linuxos világ. Újfajta, most már a kernelbe teljesen beágyazott hangmodulok jelentek meg, a MIDI eszközöket is sokkal kényelmesebben lehet használni, és az alkal-

mazások is sokkal jobban együtt tudnak működni az ALSA API-n keresztül. [8]

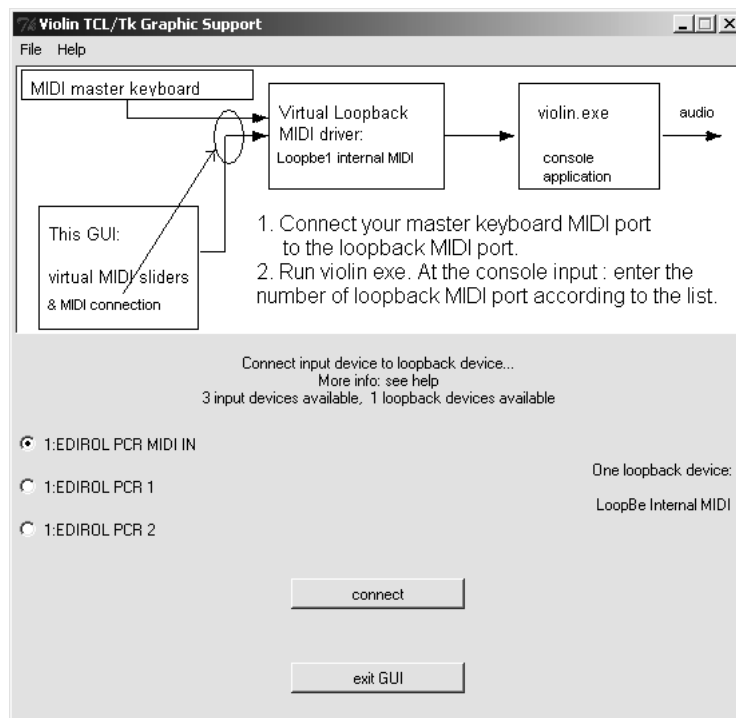
Külső driver (Windows) A virtuális MIDI loopback device egy olyan driver program, amely lehetővé teszi, hogy olvasni tudjuk azokat a MIDI üzeneteket egy virtuális MIDI eszköztől, amelyeket egy másik eszköz vagy program erre a virtuális MIDI eszközre küldött el. Így programok és eszközök egyaránt kommunikálhatnak MIDI üzenetekkel. Ez például alkalmassá teszi a szekvenszereket arra, hogy MIDI fájlokat játszassanak vissza egy szoftveres szintetizátor segítségével. Például a szekvenszer lehet Windows Media Player is, amelyet felhasználhatunk a hegedűhang-szintetizátorunkkal való együttműködésre. Ez esetben a Vezérlőpultban az Audio beállításoknál a MIDI-zene lejátszására a „LoopBe Internal MIDI” eszközt kell beállítani. (Linux-on is vannak ilyen driverek, ezek vagy kernel modulok formájában vagy ALSA támogatásként állnak rendelkezésre.) Az ilyen loopback MIDI driver programok szintén letölthetők az internetről. Forrás: <http://www.nerds.de>

Felhasznált programkönyvtárak.

- STK3.1 - A ToolKit of Audio Synthesis Classes and Instruments in C++. Forrás: CCRMA, Stanford University. A felhasznált forráskód az interneten elérhető: <http://www-ccrma.stanford.edu/CCRMA/Software/STK/> Ez a biztos alap, melyet minden szoftveres szintetizátor-fejlesztőnek ismernie kell. Hosszú évek munkája van benne. Több platform alá fordítható.
- FFTW-3.1.2. (fast Fourier transform library) Általánosan használt nagyon gyors FFT könyvtár, amely kihasználja a processzorcsaládok hardver adottságait is a számítások során. Nagyon ravasz optimalizációk tömkelegét találták ki az idők folyamán. A fordító-telepítő szkript ezek között is szelektál, megpróbálja a legesleggyorsabb algoritmust kiválasztani. Internetes forrás: <http://www.fftw.org>
- MIDI library package for Tcl 8.2+ Internetes forrás: <http://home.t-online.de/home/Steffen.Traeger>

4.2.2. Felhasználói információk

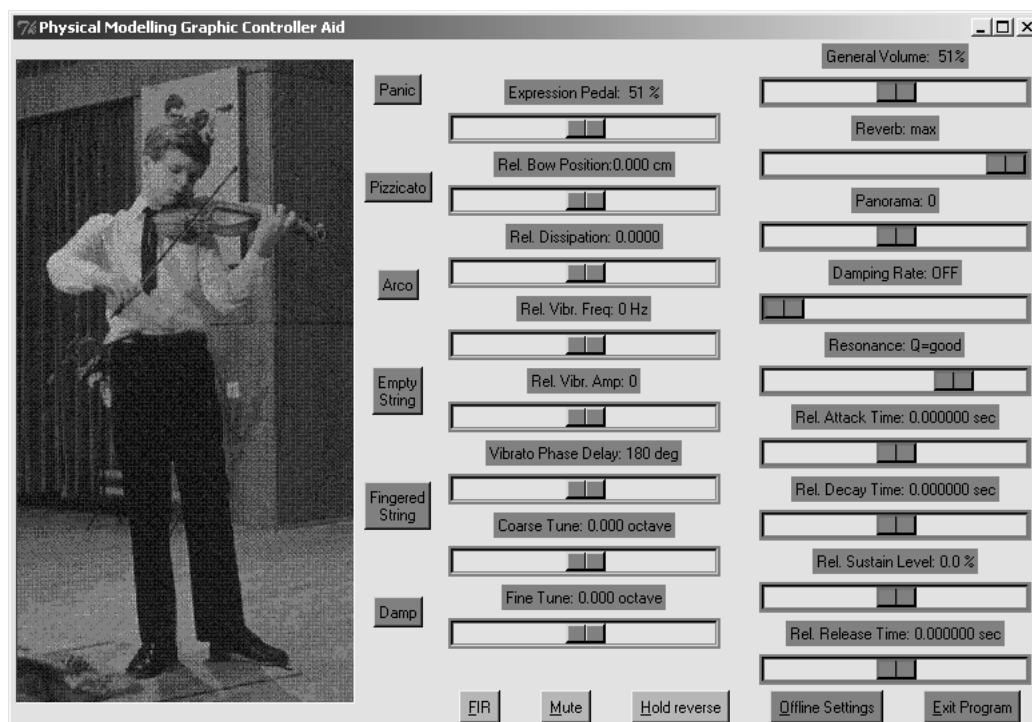
A program kezdeti fejlesztésekor alapvetően az STK 3.1 projektre támaszkodtam, így a korai változat kezelése, felépítése az ott fejlesztett programokéhoz hasonló volt.



4.3. ábra. A grafikus felület nyitóképernyője

Ezért érdemes legelőször áttanulmányozni az STK projekt dokumentációját.[34] Alapvető tulajdonsága ezeknek a programoknak, hogy alapvetően nem a MIDI-re épültek, hanem egy SKINI nevű protokollra, amely egy hálózaton vagy pipe-ok segítségével átvitt szöveges formájú MIDI üzenet. A MIDI-t ugyanis közvetlenül nem lehet hálózaton átküldeni, erre sem formátuma, sem topológiája nem alkalmas. Egy másik előny a fejlesztéskor az, hogy külön-külön debuggolható a MIDI-kezelés és a SW-szintézis, ez a két amúgy önmagában is elég komplex alrendszer. A diploma félévében azonban a programot úgy írtam meg, hogy az kizárólag a MIDI-re épül, nem használ hálózatot, illetve pipe-os kommunikációt. Éppen ezért szükséges volt a Tcl szkriptnyelv bővítése, amellyel a grafikus felület képes lett a MIDI-események kezelésére. A grafikus felület azonban továbbra sincs egybeintegrálva a konzolos szintetizátor programmal, amelynek okai:

- az átlátható, egyszerű programszerkezet, jó debuggolási képesség.
- a grafikus felület mint virtuális slider funkcionál, egy következetesen MIDI felületen át, megfelelve az 1.1. ábra szerinti blokkvázlatban rögzített alapelveknek. A fejlesztéskor óvakodtam attól, hogy monolit szervezéssel (a grafikus felület



4.4. ábra. Az „online” kezelői felület

egybeolvasztásával) egyéb üzenetekkel is folyjon a kommunikáció a funkcionális elemek között.

- a grafikus környezet esetleges cseréjekor (pl. .NET-re váltáskor) csak a virtuális slider adaptációjával kell foglalkozni.

Az F.3. és F.4. táblázat adja meg azokat a MIDI vezérlő paramétereket, amelyeket a hegedűszintetizátor felhasznál. Ezek között van néhány szabványosított vezérlő, mint például a Pitchbend (hajlítókerék), a ModWheel (modulációs kerék), a HOLD pedál (vagy sosten-pedál) vagy az Expression (Volume) pedál. A Program Change funkció is általánosan támogatott a szintetizátoroknál. A legtöbb vezérlő azonban szabadon konfigurálható. A táblázatokban a vezérlők elnevezéseit, a vezérlő kódot, a paraméter-tartományt is feltüntettem.

Programkezelési útmutató

Telepítés. Mindkét operációs rendszer esetén tömörítsük ki és másoljuk át a fájlokat. Windows esetén a loopback-drivert telepítenünk kell (loopbel.exe futtatása), ehhez adminisztrátori jogosultsággal kell rendelkezniük.

A program indítása.

1. Linux (opcionális): indítsuk el a programot a `./violin` paranccsal!

Lehetőség van arra, hogy a program csak meghatározott MIDI-csatornákra reagáljon, ezt a konzolos programnak átadott `./violin fc lc` paraméterekkel tehetjük meg, ahol

- `fc`: az első használt MIDI csatorna
- `lc`: az utolsó használt MIDI csatorna

Például, ha azt szeretnénk, hogy a hegedűszintetizátor a 2-5 MIDI csatorna-üzenetekre adjon hangot, akkor a programot a

`./violin 2 5` opciókkal kell elindítani. A default értékek: `fc=1, lc=4`. Amennyiben több MIDI vezérlőnk van, a konzol ablakban meg kell adnunk a listából a bevitelre használt MIDI egység sorszámát. Ezután indítsunk el egy virtuális slider-programot (például `xphat` vagy `qmidicontrol`)

2. Windows: először a grafikus felületet érdemes elindítani a `violin_GUI_runme.bat` parancs kiadásával. Az 4.3. ábrához hasonló grafikus ablak jelenik meg, amelyben bal oldalt a telepített MIDI billentyűzet drive-rének neve jelenik meg, a jobb oldalon a telepített Loopback MIDI driver. A magyarázó ábra és rövid angol nyelvű instrukció segít a továbbiakban. Több beviteli port esetén ki kell választani a megfelelőt, majd nyomjuk meg a Connect feliratú gombot. Ezután jelenik meg a 4.4. ábra szerinti online vezérlő felület.

Célszerű ekkor elindítani a konzolos szintetizátort: `violin.exe` vagy `violin.exe fc lc` parancsok segítségével a linuxos változatban leírtak alapján. Meg kell azonban jegyezni, hogy Windows esetén a `violin.exe` saját prioritását alacsonyra állítja, mivelhogy azt az offline-felület ablakkezelése kiakaszthatja.

A program használata. A színek segítenek tájékozódni a funkciók hatásában.

Sárga csúszkák általánosabb, a hangszer hosszabb idejű használatával beállítható fizikai paraméterek és általánosabb zenei paraméterek, vagy ezekkel összefüggő pl. játéktípust meghatározó paraméterek.

Az online-ablakban átállított sárga csúszkák egy idő elteltével az offline ablakbeli értékükre ugranak vissza, de nem állítják vissza az offline-paramétert a szintetizátorban.

Piros gombok a hangszerkezelést általánosan érintő, de gyors akciók, amelyek a játékmód gyors megváltozását teszik lehetővé.

Piros csúszkák online (relatív) paraméterek, ami azt jelenti, hogy az éppen utoljára megszólaltatott hang paramétereit változtathatjuk negatív és pozitív irányban, de a hang elhallgatásával a paraméterek visszaállnak offline értékükre. A piros csúszkák default értékükre (középhelyzet) ugranak vissza.

Szürke offline-csúszkák az offline-paraméterek beállítására az offline-ablakban. Ezek a csúszkák nem ugranak vissza, és az értékek állítása után még egy gombot is meg kell nyomni a változtatáshoz. (Ezért nem alkalmasak real-time használatra.)

Zöld csúszkák lokális paraméterek, a játékmódot finom részleteiben befolyásoló tényezők. Offline paraméterek, úgyhogy értékük *nem áll vissza* a hang befejezésekor! A zöld csúszkák default értékükre (középhelyzet) ugranak vissza.

Szürke gombok technikai paraméterek, kizárólag a hangszíntézis által adott műszaki paraméterek, speciálisan állítható jellemzők.

Kék gombok a program vezérlésével kapcsolatos opciók.

Narancs gomb nehezen vagy egyáltalán nem visszafordítható hatású parancs az offline-ablakban.

Sárga gomb a sárga csúszkákhoz hasonlóan az általános paraméterek állítására szolgál. Segítségével azonban offline-paramétereket állíthatunk, tehát a változtatáskor a régi érték végleg elfelejtődik.

Zöld gombok a zöld csúszkákhoz hasonlóan a lokális paraméterek állítását végeztük el offline-módon.

A gombok és csúszkák a következő fizikai paramétereket határozzák meg:

1. Online ablak.

Panic (piros gomb) bizonyos szűrőket inicializál ha esetleg gerjednének, és a vibratot kikapcsolja. Alaphelyzetbe hozza a fizikai paramétereket.

Empty String (piros gomb) üres G, D, A illetve E húr elérése a MIDI billentyűzetről.

Fingered String (piros gomb) lefogott G, D, A, E megszólaltatása az üres húrok helyett.

Damp (piros gomb) a hang tompítása, hogy gyorsan lecsengjen. Hatása olyan, mintha a vonót odaszorítanánk a húrokhoz. A MIDI-billentyűzethez csatlakoztatott HOLD pedál lenyomása is ezt a tompítást eredményezi.

Pizzicato (piros gomb) a húrokat pengetjük, egy gitárhoz hasonlóan, a vonó húzása helyett. (Nem kidolgozott próbaváltozat.)

Arco (piros gomb) visszatérés a vonóhúzáshoz.

Expression Pedal (piros csúszka) az ugyanolyan nevű pedálvezérlő virtuális megfelelője. Kisebb dinamikájú, mint a General Volume. Csak akkor működik, ha van lebillentett hang, és minden megszólaló hangra szabályozza a hangerőt. Az „Aftertouch” MIDI kontroller ettől a funkciótól jelenleg még nincs különválasztva, de ez az Expression Pedal nem egy igazi aftertouch. (Egy szóló hegedűnél viszont nem képzelhető el, hogy a szólamok dinamikája eltérjen egymástól, amit az aftertouch viszont lehetővé tenne.)

Rel. Bow Position (piros csúszka) a vonó hegedűlábtól való távolságát növelhetjük vagy csökkenthetjük.

Rel. Dissipation (piros csúszka) a tapadó és csúszó súrlódási együttható hányadosát változtathatjuk, amely a súrlódási modell hődisszipációját határozza meg. Ez az érték a valóságosnál alacsonyabb is lehet, mivel a teljes disszipáció modellezését a csúszó súrlódás és a veszteségi reflexió modellezése együttesen adja.

Rel. Vibrato Freq. (piros csúszka) a vibrato gyorsaságát lehet állítani az offline paraméterhez képest.

Rel. Vibrato Amp. (piros csúszka) a vibrato nagyságát lehet növelni, csökkenteni.

Vibrato Phase Delay (piros csúszka) a vibrato kezdőfázisát lehet eltolni. Néha zavarólag hat, ha két hang modulációja nagyon együtt fut.

Coarse Tune (piros csúszka) a hang hajlítását lehet vele elvégezni. A Pitch-Bend vezérlővel analóg funkció. A lépésköz $1/32$ oktáv = 37,5 cent.

Fine Tune (piros csúszka) a hang finomabb léptékű hajlítását végezhetjük el. A lépésköz $1/64$ oktáv = 18,75 cent.

Rel. Attack Time (zöld csúszka) a burkológörbe felfutási idejét állíthatjuk vele.

Rel. Decay Time (zöld csúszka) a burkológörbe lefutási idejét állíthatjuk.

Rel. Sustain Level (zöld csúszka) a burkológörbe kitartási szintjét állíthatjuk vele. A hangszint nagy mértékben befolyásolhatja, a decay time paraméterrel összefüggően.

Rel. Release Time (zöld csúszka) a burkológörbe elengedési idejét állíthatjuk.

General Volume (sárga csúszka) hangerő beállítás (master).

Reverb (sárga csúszka) a zengetés mértékét tudjuk állítani.

Panorama (sárga csúszka) a jobb- és bal-csatorna arányát állíthatjuk, panorámázhatunk.

Damping Rate (sárga csúszka) a veszteségi szűrő lecsengési időállandóját állíthatjuk.

Resonance (sárga csúszka) a másodrendű IIR szűrő (BiQuad) jóságát tudjuk állítani a hangszín javítására a 285 Hz-es pólusfrekvencia körül.

FIR On-Off (szürke menügomb) ki-be kapcsolhatjuk a testszűrőt.

Mute On-Off (szürke menügomb) elnémíthatjuk a szintetizátort, de a paraméterek továbbra is állíthatók. Ekkor sleep-módba kerül, így nem terheli feleslegesen a processzort.

Hold Reverse On-Off (szürke menügomb) egyes szintetizátorbillentyűzetek a HOLD On és a HOLD Off funkciót a szabványoshoz képest megfordított MIDI kódolással küldik el. A Hold Reverse opció esetén a fordított üzeneteket fordítva is értelmezi a szintetizátor, így ez nem okoz problémát.

Offline Settings (kék menügomb) az offline-ablak megnyitása. (Lásd később.)

Exit Program (kék menügomb) kilépés a grafikus felületből. Ilyen visszafordíthatatlan döntések előtt a „No” vagy valamilyen más opció megadásával mindig meggondolhatjuk magunkat.

- Offline-ablak. A menü-gombra rákattintva kiválaszthatjuk, hogy az alapértelmezés szerinti értékeket szeretnénk a csúszkákon megjeleníteni, vagy egy fájlból akarjuk visszahozni a már elmentett állapotot. 61 különböző hangmagassághoz lehet beállítani az offline értékeket, minden egyes hang 11 paraméterrel rendelkezik. Ezekhez hozzávéve az 5 db sárga színű tolópotmétert, összesen 676-féle beállítást végezhetünk el. Ezt az óriási képernyőt a vízszintes és a függőleges görgetősávok segítségével mozgathatjuk.

Kilépés az ablakból. Egyszerűen bezárjuk az ablakot vagy valamelyik „Close Window” gombra kattintunk, és utána a „Yes”-re. Párhuzamosan használhatjuk az online vezérlést az offline-ablakkal együtt, ha a tálcán rákattintunk a másik ablakra, ehhez nem kell bezárni az offline-ablakot.

Fájlműveletek az ablak alján található az ehhez tartozó kék színű gombok. A „No” megadásával visszaléphetünk.

- Load Settings: a fájl betöltése. A betöltés után a csúszkák értéke megváltozik, de a szintetizátorban ezek a beállítások még nem aktualizálódnak.
- Save Settings: a csúszkaállapotok fájlba mentése. Fájl felülírás esetén visszakérdez. A fájlnev a gombok melletti szövegmezőben vagy a felkínált file-browser segítségével adható meg.

Try General Parameters sárga színű gomb, amely felett a tolokák funkcionálisan megegyeznek az online-beli sárga színű megfelelőjükkel, ezek azonban csak a gomb lenyomásakor fejtik ki hatásukat, de ekkor mind egyik hatása egyszerre érvényesül.

Try Parameters zöld színű gomb, amely abban a sorban, ahol megjelenik, az adott hang összes offline paraméterét egyszerre beállítja. Az online-vezérlőben található zöld színű offline paraméterekhez hasonlóan a beállítások megőrződnek. Lényeges különbség azonban, hogy itt abszolút paraméterek beállítása lehetséges.

Set All Parameters narancssárga színű gomb, amelyet külön „Yes” válasszal meg kell erősíteni. Az összes látható tolópotméteren levő beállítást aktualizálja.

Offline potméterek Bizonyos funkciók hasonlítanak az online-ablakhoz, de vannak különbözőek is, amelyeket csak az egyik illetve a másik helyen lehet beállítani. (Abszolút paraméterek.)

- „Vibr. Amp.” (Vibrato Amplitude). A vibrato nagyságát adja meg.
- „Vibr. Freq.” (Vibrato Frequency). A vibrato gyorsasága.
- „Bow Pos.” (Bow Position). Vonópozíció, a lábtól való távolság.
- „Dissipation Rate”. A tapadó és csúszó súrlódás aránya, amely a hővesztést modellezi.
- „Attack”. Burkológörbe felfutási idő.
- „Decay”. Burkológörbe lefutási idő.

- „Sustain Level”. A kitartás relatív szintje. (Burkológörbe-paraméter)
- „Release”. Burkológörbe elengedési idő.
- „Bouncing Rate”. A vonó „ugrálásának” gyorsasága.
- „Bouncing Amp”. A vonó „ugrálásának” nagysága.
- „Bowhair”. A tapadó súrlódással kapcsolatos tényező, a vonószőr mennyiségével analóg.

4.2.3. Programfejlesztői információk

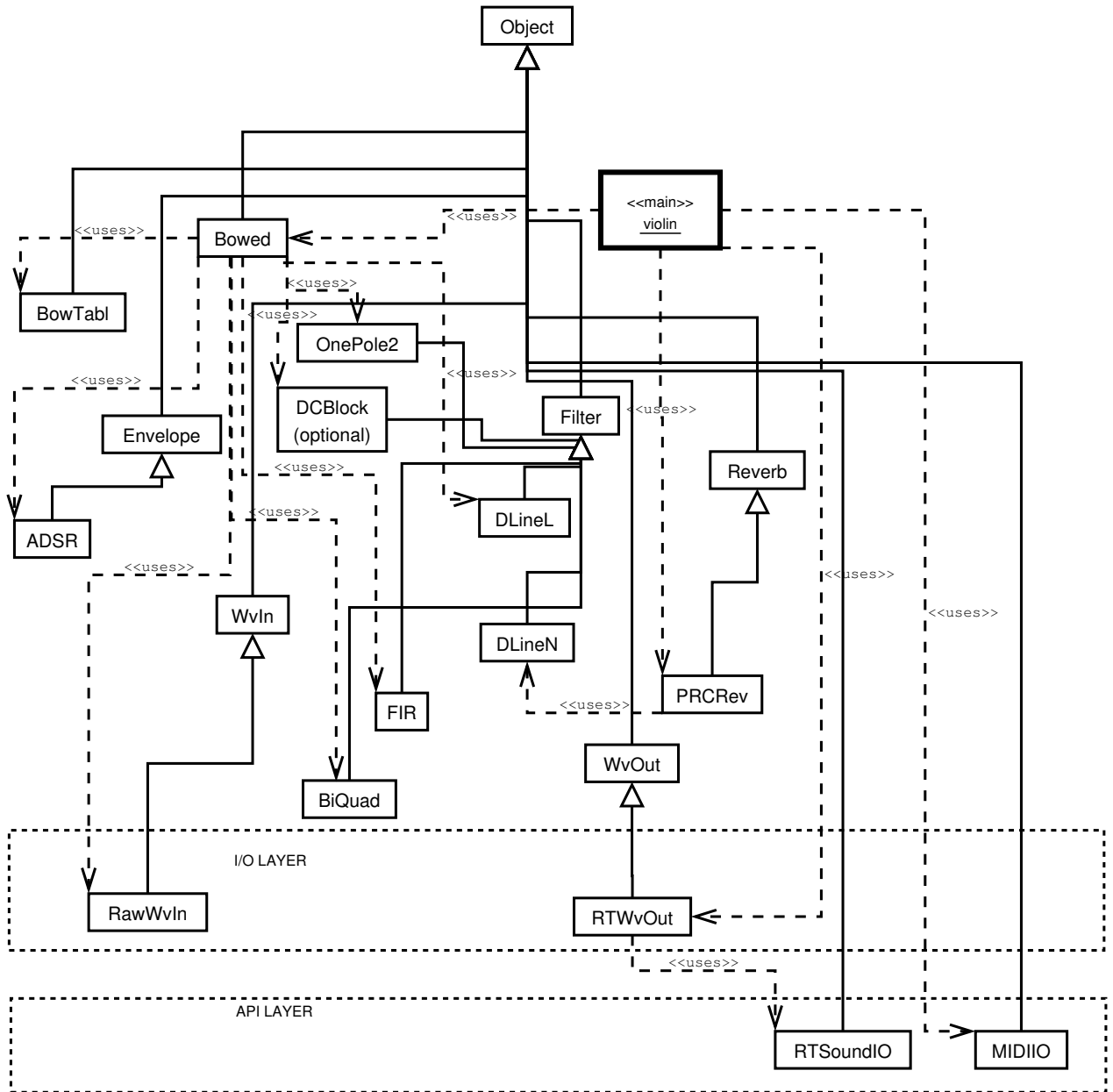
Általános áttekintés

A meglehetősen bonyolult UML diagramból (4.5. ábra) kideríthető, hogy a „violin” aktív objektum mint futó processz használja az osztálystruktúráknak megfelelő objektumokat. Ezek mint könyvtári osztályok, rendszerezve vannak, vannak közöttük absztrakt osztályok, amelyeknek nincs működő funkciója, de ezekből származtathatók további alosztályok. A legősibb absztrakt osztály az Object, minden osztály belőle származik, de ilyen absztrakt osztály például a Filter, amelynek nagyon sok leszármazottja van: a DCBlock, BiQuad, OnePole2 (azért nem OnePole, mert már létezett eredetileg egy ilyen nevű osztály, de a szűrő nem ugyanez volt), FIR, DlineL (késleltetővonal lineáris interpolációval), DlineN (nincs interpoláció, a PRCRev zengető ezt használja fel).

A hegedűhangot a Bowed osztály alkalmazásával állíthatjuk elő, amely nagyon sok funkciót használ, többek között a vonásmodellt, amely a BowTabl osztályban található nemlineáris függvényt hívja meg.

Hogy egy funkció mennyire magas vagy alacsony szintű, ezt az ábrán a dobozok rétegződése mutatja. Legalul a legalacsonyabb I/O funkciók, illetve API-hívás jellegű platformfüggő funkciók találhatóak (RTSoundIO és a MIDIIO). A legmagasabb rétegben a főprogram objektumai, köztük a legösszetettebb Bowed osztály, és mindenekfelett az őosztály: az Object helyezkedik el.

A Filter típusú absztrakt objektum vizsgálatával feltárulnak a szoftver-hangszintézis titkai. (Az osztálydefiníciókat az include fájlok tartalmazzák. Ezt szeretném ezzel a példa fájljal bemutatni.)



4.5. ábra. A „violin” konzolos szintetizátorprogram UML diagramja

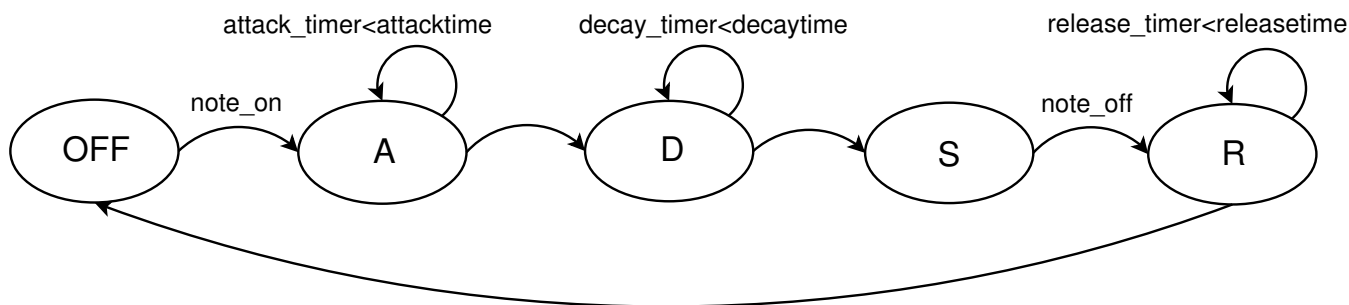
```
#if !defined(__OnePole2_h)
#define __OnePole2_h
#include "Filter.h"

class OnePole2 : public Filter
{
protected:
    MY_FLOAT a1;
    MY_FLOAT g;
public:
    OnePole2();
    ~OnePole2();
    void clear();
    void set_a1(MY_FLOAT aValue);
    void set_g(MY_FLOAT aValue);
    MY_FLOAT seek_g();
    MY_FLOAT tick(MY_FLOAT sample);
};
#endif
```

Az `#if !defined...` előfeldolgozó (makró) biztosítja, hogy csak egyszer lesz deklarálva az osztály, ha véletlenül többszörösen hivatkoznának az include fájlra. A „Filter.h” is beágyazódik, hiszen ez az ősosztály. Utána következik az osztály definíciója: `OnePole2`, amely a `Filter` osztályból származik.

Kapcsos zárójelek között és pontosvesszővel lezárva jönnek az osztály adattagjai, a hozzáférések szerint csoportosítva, majd deklaráljuk a tagfüggvényeket. A tagfüggvények definíciói a CPP kiterjesztésű fájlban található meg. A tagfüggvények: a konstruktor, a destruktork, tagváltozók (adattagok) beállító függvényei: a szűrőparaméterek beállítása, ezek lekérdezése, és nem utolsó sorban a szűrő működtetése a `tick()` tagfüggvénnyel. A `MY_FLOAT` egy szimbolikus típus; `double`-nak van definiálva az ősosztály header-ében, az `Object.h`-ban ezzel a makróval: `#define MY_FLOAT double`.

Ha tehát egy szűrőt használni akarunk, akkor programunkba be kell include-olni, majd definiálnunk kell egy statikus vagy dinamikus változót, aminek típusa az szűrő osztályának típusa. Ha dinamikusan deklaráltuk, akkor a `new` operátorral ezt létre is kell hozni. Az objektum létrejöttékor a konstruktor lefut.



4.6. ábra. Az ADSR burkológörbe állapotgépe

Az osztályból több objektumpéldányt is létre lehet hozni, sőt, osztály-tömböket is. Mivel a dinamikus osztálytömbök létrehozásának korlátai vannak a C++ nyelvben, ezért statikus osztálytömböket használtam a hurok használatakor. Ezek méretét azonban már a fordításkor meg kell határozni. Az osztálytömböket indexeléssel értem el.

A konzolos szintetizátor objektumainak működése

A „violin.exe” (Linux esetén: „violin”) konzolos program osztályai:

ADSR az ADSR burkológörbét megvalósító osztály. A burkológörbét az állapotainak megfelelően formálja. Az állapot-átmenetek a 4.6. ábra szerint történnek. Beállíthatunk időt és meredekségi értékeket is. Inicializáló, beállító, vezérlő és lekérdező tagfüggvényeket egyaránt tartalmaz.

BiQuad a 3 fejezetben már említett 2-pólusú-2-zérusú szűrő osztálya, amit a 285 Hz körüli frekvenciatartomány kiemelésére alkalmaztam.

Bowed a legösszetettebb funkciót látja el.

- gerjeszti és lekérdezi a késleltető-vonalakat (a waveguide-modell kezelése);
- optimalizálja a waveguide-használatot; timerek (számlálók) segítségével megoldható, hogy a már régen nem használt hurokat teljesen figyelmen kívül hagyja a feldolgozó programrész, így értékes processzorműveleteket spórol meg az algoritmus;
- mono hangkimenetet állít elő a waveguide modell kimenetéből, az összes waveguide kimenetét összeadja (keveri), majd átvezeti a hangot a differenciátor-szűrő, FIR-szűrő, BiQuad-szűrő és opcionálisan DC-blokkoló szűrő fokozatokon;

- a vonóerőt az ADSR burkológörbével és a „bow-bouncing” szinusz-generátorával módosítja (a játékos és a vonórúd modellezése);
- a gerjesztési modell végrehajtásakor meghívja a vonásmodell nemlineáris függvényének osztályát;
- beállítja az aktuális frekvenciának megfelelő húr hosszát a waveguide-ban;
- lekezeli a vibrato, a „bow bouncing” MIDI utasításokat, a szinuszgenerátor osztályt felhasználva;
- a hajlítással nyújtja vagy zsugorítja a virtuális húrok hosszát;
- az egypólusú szűrőparamétereket beállítja az aktuális frekvenciának és damper-állapotnak megfelelően;
- lekezeli a Note On és Note Off MIDI funkciókat, a húr-lefoglalási algoritmusnak megfelelően kiosztja a waveguide-erőforrásokat, indítja/leállítja a vonóhúzást;
- az állapotváltozókat beállítja a kapott ControlChange és ProgramChange MIDI üzenetek alapján (vonó-pozíció, gerjesztési disszipáció, vibrato (nagysága, gyorsasága, fázisa), finom és durva hajlítás, lecsengési idő (egypólusú), ADSR-paraméterek, hangerővezérlés (a vonóerőtől és a test-szűrők erősítésétől függ), pizzicato-mód beállítása, FIR-filter ki/be kapcsolás, aktuális damper-vezérlés, továbbá a következő funkciókat látja el: „panic-gomb”-kezelés (reset), „hold-reverse”-mód beállítás, üres húr - lefogott húr beállítás, relatív- (online) paraméterbeállítások kezelése, „bow-hair”-esemény kezelése.

BowTabl a nemlineáris vonótábla. Pizzicato-mód esetén penget.

DCBlock opcionális DC-blokkoló, az STK-komment szerint nagyon hasznos eszköz, ha valamilyen oknál fogva (pl. rossz aluláteresztőszűrő paraméter) a waveguide-ban a DC akkumulálódna. (Igazából nincs rá szükség.)

DLineL késleltetővonal lineáris interpolációval, a waveguide megvalósítására. Ez tulajdonképpen egy cirkuláris buffer, amelyben két pointer fut körbe-körbe. Az egyik az olvasás pointer, a másik az írás. A késleltetés a két pointer „kergetőzése”, az olvasás mindig lemarad az írás mögött. (A lineáris interpolációról szóló rész az 1. fejezetben olvasható.)

DLineN egyszerű késleltetővonal zengetések megvalósítására.

Envelope a burkológörbe alaposztálya, nem absztrakt.

Filter absztrakt szűrőosztály.

FIR nagy fókuszú FIR szűrőt megvalósító osztály. Működési elve a 3. fejezetben leírtak szerint követhető nyomon.

MIDIIO platformfüggő API hívások a MIDI kezelésére. A Linux rendszer alatt futó változatot kiegészítettem a saját fejlesztésű az ALSA alatt működő (modernebb) API-val.

Object őosztály. Az Object.h globális definíciókat tartalmaz.

Onepole2 a tanszék által használt egypólusú szűrő osztálya.

PRCRev egyszerű zengető, amely két sorba kapcsolt mindentáteresztő szűrőt és e fokozat után párhuzamosan kapcsolt két fésűszűrőt használ.

RawWvIn hullámforma-generátor, amely a szinusztáblát egy bináris fájlból olvassa be.

Reverb zengető alaposztály.

RTSOUNDIO platformfüggő API hívások gyűjteménye a real-time hangkimenet kezelésére. A használt módszerek kapcsolódnak az alacsony szintű audio-stream előállításához. A már kidolgozott stream-módszerek felhasználása azért problematikus, mert a hangadat a MIDI-események hatására valós időben változik. Alapvetően a hangadat kiküldésénél két megközelítés létezik:

1. egy (best effort) szinkron bufferelés,
2. egy eseményvezérelt (callback-függvénnyel dolgozó) aszinkron adatátvitel.

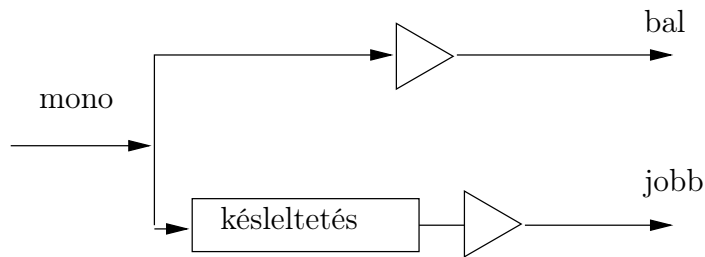
A szinkron megoldás², noha hatékonyságában alulmúlja az aszinkron megoldást, jóval kevesebb adminisztrációs feladatot ró a kiszolgáló algoritmusra, és jóval egyszerűbb felépítésű is annál. Feltehetően egy aszinkron bufferelésnél nem lehet elkerülni az idő-bélyegek (time-stamp) használatát sem. [39] [42] [43] [44] [45]

²Esetünkben mind a Linux Posix-szabványos rendszerhívás-modellje (mint blokkoló I/O -írás) mind a Windows-beli „idő-keretes” megoldás egy („quasi” vagy „best effort”) szinkron módszer jelent. Jellemző paraméter a működés szempontjából a hangbuffer hossza. Ha ez túl nagy, akkor a latency elviselhetetlenül megnövekszik, ha viszont túl kicsi, akkor a processzor terhelése a megengedettnél nagyobb lesz.

RTWvOut a hang real-time hangkártyára küldésének osztálya, amely a bufferelést végzi el. Az eredeti kódot megváltoztattam, így már ez egy sztereó hangkimenettel rendelkezik.

WvIn a hullámformaadatok beolvasásának alaposztálya.

WvOut a hullámformaadatok kiküldésének absztrakt alaposztálya.



4.7. ábra. Az álsztereó hatás megvalósítása

violin nem osztály, hanem a statikus main függvény (objektum). Funkciói a következők:

- a parancssori paraméterek feldolgozása: a szintetizátor által használt MIDI csatornák meghatározása;
- a „sleep mód” beállítása egy timer segítségével; amennyiben egy ideje már nincs játszott hang, a processz egy meghatározott időre meghívja az operációs rendszer Sleep() függvényét, így az nem terheli a processzort a hangfeldolgozással;
- Windows esetén a processz prioritását alacsonyra állítja;
- a hangfeldolgozás egy végtelen ciklusban zajlik.
 1. állítja a sleep-módot;
 2. leosztja a hangbuffert az egyszerre feldolgozandó hangok számával; ez valamennyi latency-t okoz, de processzorkímélő és az aszinkron ütemeződést kerülő megoldás; például 2 hangot (gyakorlatilag majdnem) egyszerre leütve a hangbuffert 2 egyenlő részre osztja, és a második hang MIDI eseményét csak a buffer feldolgozási fázisának második felétől dolgozza fel;
 3. a Bowed kimeneti hangja egy mono hangjel, ezt még „álsztereó” hanggá alakítja a 4.7. ábra szerint, és zengeti a PRCRev zengetővel;

4. MIDI események feldolgozása, panoráma, zengetési paraméterek állítása, elnémítás (mute), Note On, Note Off, Controlchange, Program Change üzenetek továbbküldése a Bowed osztály felé.

A grafikus felület MIDI-könyvtára

A Tcl-nyelv önmagában még nincs felkészítve a MIDI-események feldolgozására, a nyelv bővítésével azonban ez megvalósítható. A [36] internetes forrás alapján egy olyan midi.dll fájlt kell létrehozni, amelyet a TCL szkript egy `load [file join midi.dll]` utasítással felhasznál. A C-nyelvű library-t GCC fordítóval

a `gcc -shared midi.c -l winmm tcl84.dll -o midi.dll` paranccsal lehet DLL-re lefordítani. [9] A „TCL-rendszermag”, a tcl84.dll shared library a fordító által hozzáférhető helyen (PATH által megadott vagy aktuális directory) kell legyen.

A már kifejlesztett library TCL-utasításai a következők:

midi::getoutdevs visszatérési értékében a MIDI kimeneti portok neveinek listáját adja.

midi::getindevs a MIDI bemeneti portok neveinek listáját adja.

midi::openout <device> a <device> sorszámú output MIDI portot nyitja meg írásra. A sorszám egy index, amely a midi::getoutdevs által mutatott listára mutat. Csak egy output MIDI port nyitható meg egyszerre.

midi::openin <device> a <device> sorszámú input MIDI portot nyitja meg olvasásra. A sorszám egy index, amely a midi::getindevs által mutatott listára mutat. Csak egy input MIDI port nyitható meg egyszerre.

midi::sendshort <status> <data1> <data2> a már megnyitott MIDI output portra elküldi a rövid MIDI üzenetet.

midi::getoutid Lekérdezi az éppen megnyitott output MIDI port sorszámát.

midi::getinid Az éppen megnyitott input MIDI port sorszámát adja meg.

Az eredeti internetes kódot az alábbi utasításokkal bővítettem:

midi::connect Összeköti a már megnyitott input és output MIDI portot.

midi::disconnect Megszünteti a midi::connect hatását.

midi::getshort Egy {status channel data1 data2} listát ad vissza, amelyben a lista a már megnyitott input MIDI portra érkezett rövid MIDI üzenet tartalma. Az események egy bufferben tárolódnak, az utasítás mindig a legutolsó eseményt dolgozza fel.

5. fejezet

Összefoglalás

5.1. Eredmények

Diplomatervemben a következő eredményeket értem el.

- Bemutattam a hegedű hangjának szintéziséhez használt waveguide-modellt a szakirodalom segítségével és az F.4. függelékben saját matematikai-fizikai levezetéseimet is közöltem a tranziens hullámelmélet alkalmazásáról.
- Áttekintést adtam az eddigi vonásmodellekről, új megoldást és módszert adtam egy saját, működő matematikai-fizikai vonásmodell felállítására, melynek hitelességét az F.1. függelékben igazoltam.
- Egy egyénileg kidolgozott mérési módszerrel meghatároztam a hangszerest átviteli függvényét, és kidolgoztam a kapott mérési adatok felhasználását egy nagy foksámú FIR szűrő megalkotásával.
- A hullámvezetővel és digitális szűrőkkel felépített modellt egy számítógépes konzolos programmal valósítottam meg, amely tisztán MIDI protokoll segítségével vezérelhető.
- Kidolgoztam egy szkript-nyelven írt számítógépes kezelői felületet, amely virtuális MIDI kontrollerként funkcionál, támogatva a modell fizikai paramétereinek változtatását.

5.2. Összegzés, a jövőbeli lehetőségek

A hegedűszintetizátor digitálisan egyszerűen megvalósítható részelemekből: digitális szűrőkből (összeadókból, szorzókból, késleltetővonalakból), továbbá abszolút-érték képzőből, komparátorból, inverterből, kapcsolóból áll. Igazi mérnöki feladat ennek a komplex rendszernek a működését megismerni, hiszen elosztott paraméterű lineáris és koncentrált paraméterű nemlineáris részrendszerek együttesen hozzák létre azt a rezonanciajelenséget, amely a vonós hangzás alapját adta. A kutatás és fejlesztés lehetőséget adott a fizikai kölcsönhatások törvényszerűségeinek jobb megismerésére.

A komplex feladat nagyon sok részterülete még nyitva maradt, sőt, inkább kiszélesedett a további kutatásra váró alkalmazási területek köre:

- Újabb eredményeket várok az akusztikai mérések folytatásától, – és ezzel az implementáció további egyszerűsítésének lehetőségét is – hogy kisebb erőforrású beágyazott környezetben is meg lehessen valósítani a szintetizátort. Ez az út egyben további átviteli függvény mérési módszerek kidolgozását, a hegedűtest jobb modellezését is igényli.
- A most megvalósított konstrukció sem befejezett alkotás. Nagyon sok funkció még beépítésre, fejlesztésre vár: például a vonások stílusjegyekkel való összekapcsolása, modellezése, vagy az üveghangok megvalósítása.
- A hegedűhúr 2-dimenziós modellezésével a vonó és a húr függőleges mozgásait dinamikusán is lehetne modellezni, így lehetővé válna a vonó pattogásának, ugrálásának szimulációja. A függőleges vonó-ütögetés impulzusválaszát a függőlegesen ütött hegedűláb átviteli függvénye adhatná.
- A jelenlegi zongorabillentyűzet kevésbé alkalmas arra, hogy valós időben megfelelően tudjuk a kívánt zenei, fizikai paraméterekkel vezérelni a szintetizátort. Egy sokkal hegedűszerűbb, új típusú vezérlőt is meg kellene tervezni.
- Az optimalizálással kapcsolatban megemlítettem a DSP-s alkalmazást. Valóban ebben az implementációs formában jelenhetne meg szélesebb körben, komolyabb alkalmazásként. A szoftveres implementáció csak egy közbülső állomás az igényes megvalósítás felé, amelynek végső fázisa egy (kernel-szintű) driver megírása lenne. DSP-s alkalmazás esetén már mindent a legalacsonyabb szinten kell megvalósítani, így nagyon kiforrottnak kell lenni a megvalósítás technológiájának.

- A húr rezonanciája olyan érdekes jelenséget produkált, hogy érdemes elgondolkodni rajta. Megfontolandó mélyebb megismerése. Ezen ismeretek birtokában érdemes lenne más, hasonló fizikai jelenségekkel, rendszerekkel összehasonlítani és az ott levő hasonló problémákat megoldani.

Irodalomjegyzék

Könyvek

- [1] Neville H. Fletcher, Thomas D. Rossing, „*The Physics of Musical Instruments*”, Springer-Verlag New York, 1998.
- [2] Holics László, „*Fizika 1-2*”, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1992.
- [3] N. D. Papalekszi, „*Fizika I-II*”, Tankönyvkiadó, Budapest, 1951.
- [4] Dr. Fodor György, „*Jelek, rendszerek és hálózatok*”, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1998.
- [5] Sujbert László, „*Beágyazott rendszerek laboratórium*”, mérési útmutató, Budapesti Műszaki Egyetem, 2005.
- [6] dr. Pongrácz Pál, „*A hegedű fizikája*”, Budapest, 2004.
- [7] dr. Vadon Géza, „*Hangszerész (vonós) szakmai ismeret*”, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1997.
- [8] Dave Philipps, „*Linux Zene és hang*”, Kiskapu Kft., Budapest, 2002.
- [9] Bányász Gábor, Levendovszky Tihamér, „*Linux programozás*”, SZAK Kiadó Kft., Bicske, 2003.
- [10] Hargittai Péter, Kaszanyiczki László, „*WIN32 API Windows programozóknak*”, LSI Oktatóközpont, Budapest, 2000.
- [11] I. N. Bronstejn, K. A Szemengyajev, G. Musiol, H. Mühlig, „*Matematikai Kézikönyv*”, TypoT_EX Kiadó, Budapest, 2002.
- [12] D. Stauffer, H. E. Stanley, „*Newtontól Mandelbrotig*”, Springer Hungarica Kft., Budapest, 1994.

Disszertációk, diplomatervek

- [13] Bank Balázs, „*Physics-Based Sound Synthesis of the Piano*”, Master’s thesis, Helsinki University of Technology, 2000.

Cikkek, konferenciaanyagok

- [14] B. Bank et al., „Signal-, and physics-based sound synthesis of musical instruments,” *Periodica Polytechnica*, ser. el. eng. vol. 47, no. 3-4, pp. 269-295 (2004)
- [15] Papp Sándor Róbert, „Hegedűhang szintézise fizikai modellezés segítségével”, TDK-dolgozat, BME-VIK, Budapest, 2005.

Előadás-sorozatok

- [16] dr. Granát János, „*Hangszerek fizikája*” előadásorozat, BME Híradástechnikai Tanszék, BMEVIHI9368, Budapest, 2004.
- [17] Noszticzius Zoltán, Márkus Ferenc, „*Transzportfolyamatok*” előadásorozat, Fizika Tanszék (Kémiai Fizika Csoport), BMETE142560, Budapest, 2007., <http://www.fke.bme.hu/oktatas/oktatas.html>

Internet

- [18] Martin Schleske, „Tonal copies in the field of violinmaking,” 1999, <http://www.schleske.de>
- [19] Diana S. Young, „New Frontiers of Expression Through Real Time Dynamics Measurement of Violin Bows”, Master’s thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [20] Wilifred Kausel et al., „Vias - Opto-Acoustical Input-Admittance Measurement of String Instruments”, IWK Institut für Wiener Klangstil - Acoustic Research Team, Vienna, <http://iwk.mdw.ac.at/mitarbeiter/deutsch/wk/wkd.htm>

- [21] Julius O. Smith III, „Digital Waveguide Modeling of Bowed Strings”, Center for Computer Research in Music and Acoustics (CCRMA) Department of Music, Stanford University (jos@ccrma.stanford.edu), Stanford, California 94305 August 9, 2005.
- [22] „Introduction to Tribology - Friction”,
<http://depts.washington.edu/nanolab/ChemE554/Summaries>
- [23] H. Olsson, K.J. Aström, C. Canudas de Wit, M. Gafvert, P. Lischinsky „Friction Models and Friction Compensation”
- [24] D.A. Haessig and B. Friedland, „On the modelling and simulation of friction”, J Dyn Syst Meas Control Trans ASME, 113H3I:354-362, September 1991.
- [25] A. J. MCMILLAN, „A NON-LINEAR FRICTION MODEL FOR SELF-EXCITED VIBRATIONS”, Department of Mathematics, Keele University, Staffordshire, ST4 4BG, England, Journal of Sound and Vibration (1997), 205(3), 323-335
- [26] D. Dane Quinn, „A New Regularization of Coulomb Friction”, Department of Mechanical Engineering, The University of Akron, Akron, Ohio 44325-3903 , e-mail: quinn@uakron.edu
- [27] Ryo Kikuuwe, Naoyuki Takesue, Akihito Sano, Hiromi Mochiyama, and Hideo Fujimoto, „Fixed-Step Friction Simulation: From Classical Coulomb Model To Modern Continuous Models”, Touch Tech Lab Funded By Toyota, Nagoya Institute of Technology, Nagoya, Aichi 466-8555, Japan kikuuwe@ieee.org
- [28] Pierre E Dupont, „The Effect of Coulomb Friction on the Existence and Uniqueness of the Forward Dynamics Problem”, Aerospace Mechanical Engineering, Boston University, Boston MA
- [29] Jacqueline Krim, „Friction at the nano-scale”, 2005,
<http://physicsworld.com/cws/article/print/21309>
- [30] Anders Torger, „BruteFIR”,
<http://www.ludd.luth.se/~torger/brutefir.html>

- [31] „MinGW (Minimalist GNU win32 (cross) compiler”,
<http://www.mingw.org>
- [32] „Tcl/Tk”, *<http://www.tcl.tk>*
- [33] „Tcl-nyelv tutorial”, *<http://www.msen.com/clif/Tcl.html>*
- [34] „STK 3.1 (A ToolKit of Audio Synthesis Classes and Instruments in C++)”, *<http://www-ccrma.stanford.edu/CCRMA/Software/STK/>*
- [35] „FFTW-3.1.2. (fast Fourier transform library)”, *<http://www.fftw.org>*
- [36] „MIDI library package for Tcl 8.2+.”, Originally written by Bruce James (bjames@voyager.co.nz); modified by Steffen Traeger (Steffen.Traeger@t-online.de),
<http://home.t-online.de/home/Steffen.Traeger>
- [37] „loopbe1 - Internal MIDI Port”, *<http://www.nerds.de>*
- [38] Phil Kerr, „The Linux MIDI-HOWTO”, 2002.
- [39] Open Sound System Developer Information Site,
<http://developer.opensound.com>
- [40] Advanced Linux Sound Architecture ALSA API, *<http://www.alsa-project.org/documentation.php>*
- [41] ALSA Sequencer, *<http://www.alsa-project.org/frank/alsa-sequencer>*
- [42] Introduction to Sound Programming with ALSA
<http://www.linuxjournal.com/article/6735>
- [43] „A C# Audio Recorder / Player Library”, Peter A. Bromberg,
<http://www.eggheadcafe.com/articles/2005061.asp.html>
- [44] „Playing Audio in Windows using waveOut interface”, David Overton,
<http://www.planet-source-code.com>
- [45] „A low-level audio player in C#”, Ianier Munoz,
<http://www.codeproject.com/cs/media/cswavrec.asp>

Egyéb források

- [46] H. Herlufsen, „*Dual channel FFT analysis (Part I)*”, Brüel & Kjaer Technical Review, 1984.

Függelék

F.1. Kölcsönhatások fizikai leírása egyensúlyi állapotokkal

A kölcsönhatások legegyszerűbb leírásával olyan egyenleteket oldunk meg, amelyek egyensúlyi állapotokat írnak le.

- Az egyensúlyi állapotok leírásával csak a kölcsönhatás előtti és a kölcsönhatás utáni állapotot tudjuk pontosan leírni, de hogy közöttük mi történik, arra csak következtethetünk. (A kölcsönhatás folyamata egy „fekete doboz”.)
- Mivel sokszor a kölcsönhatás lényegét nem ismerjük, bonyolultabb problémák esetén követhetlenné válik.

Állapotjelzők. Definíció szerint megváltozásuk független az előző állapotok sorozatától. Általában az állapotjelzőket csak egyensúlyi állapotokban van értelme a rendszer jellemzésére használni. [2] Az állapot szó megállapodottságot is jelent, ez valamilyen egyensúlyt feltételez. Az egyensúlyt és az állapotokat a környezetével kölcsönhatásban lévő rendszer képes létrehozni. (F.3.8. alfejezet). A fizikai mennyiségek valamilyen fizikai állapot segítségével mérhetők. A mérhetőség nélkül valójában nem bizonyítható a fizikai mennyiség létezése, amely így csak egy elvont matematikai fogalom marad.

Extenzív állapotjelzők. Rendszerek egyesítésekor összeadódnak. Például tömeg, belső energia. Az extenzív állapotjelzők lehetnek megmaradó és nem megmaradó mennyiségek egy adott folyamatban. Például zárt rendszerben a belső energiák összege változatlan.

Intenzív állapotjelzők. Egyensúlyban levő részrendszerek egyesítésekor kiegyenlítődnek. Például nyomás, hőmérséklet.

Állapotegyenlet az állapotjelzők között fennálló összefüggés. [2]

Egyszerű példánk legyen két pontszerű test ütközésének leírása! Ezzel a modellel például közelítőleg egy kalapács ütésének a hatását írhatjuk le. Legyen a testek tömege ($m_1 \neq m_2$) és sebességük az x-tengely mentén egyirányú és $v_{x1} > v_{x2}$, ahol $v_{x1} = \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{v}_1$ és $v_{x2} = \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{v}_2$, $\mathbf{e}_x = [1 \ 0 \ 0]$. ($\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ a két test sebességének vektorai.) A továbbiakban csak a sebesség x-komponensével számolunk.

1. Tökéletesen rugalmatlan esetben a lendület-megmaradás miatt:

$$m_1 \cdot \mathbf{v}_1 + m_2 \cdot \mathbf{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \mathbf{v}_e \quad (\text{F.1})$$

Ebből az ütközés után az eredő sebességre a tömegekkel súlyozott átlagot kapjuk:

$$v_{xe} = \frac{m_1 \cdot v_{x1} + m_2 \cdot v_{x2}}{m_1 + m_2} \quad (\text{F.2})$$

Az (F.1) egyenlet átrendezésével megkapjuk az impulzus-változásokat:

$$-m_1(\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_1) = m_2(\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_2)$$

$$-m_1 \Delta \mathbf{v}_1 = m_2 \Delta \mathbf{v}_2 \quad (\text{F.3})$$

$$-m_1 \Delta v_{x1} = m_2 \Delta v_{x2}$$

Ebből már látható, hogy a kölcsönhatás során az első test ugyanannyi lendületet ad át a második testnek, mint amennyit veszít, eközben a kezdeti sebességek kezdenek kiegyenlítődni. Nem egyforma tömegsúlyozás esetén a sebességváltozások nem egyforma nagyságúak. A két testre ható erőlkések mindig egyforma nagyságúak!

A

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{a} \cdot \Delta t = \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \Delta t$$

alapján:

$$\Delta \mathbf{v}_1 = \mathbf{a}_1 \cdot \Delta t = \frac{\mathbf{F}_1}{m_1} \cdot \Delta t$$

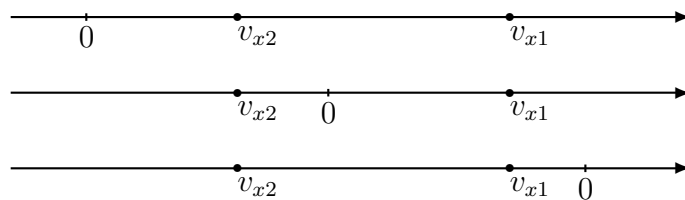
illetve

$$\Delta \mathbf{v}_2 = \mathbf{a}_2 \cdot \Delta t = \frac{\mathbf{F}_2}{m_2} \cdot \Delta t$$

ebből (F.3) szerint:

$$-\mathbf{F}_1 \cdot \Delta t = \mathbf{F}_2 \cdot \Delta t \quad (\text{F.4})$$

Δt a kölcsönhatáshoz szükséges időtartam.



F.1. ábra. a sebességkomponens eltolási szimmetriája

2. Tökéletesen rugalmas ütközés esetén is (F.3) illetve (F.4) írható fel, hiszen a lendületmegmaradást felírva:

$$m_1 \cdot \mathbf{v}_{1,k} + m_2 \cdot \mathbf{v}_{2,k} = m_1 \cdot \mathbf{v}_{1,v} + m_2 \cdot \mathbf{v}_{2,v} \quad (\text{F.5})$$

Átrendezve szintén a tömegekkel súlyozott sebességváltozásokat kapjuk:

$$-m_1(\mathbf{v}_{1,v} - \mathbf{v}_{1,k}) = m_2(\mathbf{v}_{2,v} - \mathbf{v}_{2,k})$$

Az (F.1) szerinti \mathbf{v}_e értelme ez esetben: a tömegközéppont sebessége.

Extenzív mennyiség a példánkban a lendület volt, intenzív mennyiségek: sebesség, erőlökés. Az is látható volt, hogy noha mindegyik ütközés ugyanolyan jellegű sebességváltozással kapcsolatos kölcsönhatás volt, a fizikai kölcsönhatás eredménye mégis más volt. Ennek azonban nem volt szemléletes magyarázata.

F.2. Geometriai megközelítés: skalár- és vektortér közötti kapcsolat

Az előzőekben előjeles diszkrét skalármennyiségekkel oldottuk meg az egyszerű példát. Ez a példa bemenő paramétereinek volt köszönhető: a testeket egy vonal mentén – az egyszerűsítésre törekvés miatt ráadásul ugyanolyan irányban – kezdtük el indítani. A folytonos térmennyiségek bevezetése segítséget adhat a megfelelő dinamikus fizikai modell kialakításához. A differenciálhányados-operátor térbeli esetét (gradiens) párhuzamba állíthatjuk ismert matematikai fogalmunkkal, a deriválttal. Egy skalártérben haladva egy rögzített irány mentén történő megváltozás egy vektorral jellemezhető (egy skalárfüggvény érintőjének a vektora), így a skalártereket és a

vektortereket egy differenciáloperátorral kapcsolhatjuk össze. Ez a térbeli változás, ha időbeli változással hozható kapcsolatba, parciális differenciálegyenlet segítségével sikeresen leírja a fizikai jelenséget. Modellünkben a differenciálással eljuthatunk a skalártérből a vektortérbe, a fordított irány integrálással valósítható meg. (Más térfüggvényt egyelőre nem értelmeztünk.)

Így például a skalárterekben egy tetszőleges eltolási szimmetria is könnyen magyarázható (potenciál), mivel a határozatlan integrálban is van egy tetszőleges konstans érték. Az F.1. ábra szerint bárhol felvehetjük a nulla pontot. A különbségek, távolságok ugyanazok, noha az előjelek (a felvett irányok) különbözők. Látható, hogy $v_{x2} < v_{x1}$ mindig teljesül.

Példánkból kiderült, hogy skalár mennyiségnek bizonyos feltételek esetén egy hagyományosan vektormennyiséget is tekinthetünk, esetünkben egy adott irány menti sebességet. Erre a skalártérre jellemző az eltolási szimmetria, tehát a közismert newtoni axiómákból felidézve: az állandó sebességű testre a ráható erők eredője zérus, és az álló testre is nulla erő hat.

A dinamika alaptörvénye alapján az állandó tömegű testre ható erő arányos sebességének változásával. Ez két test közti kölcsönös erőhatás esetén kölcsönös lendületváltozást okoz (F.3)-hoz hasonlóan a kölcsönhatás bármely időpillanatában:

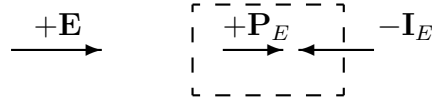
$$-m_1 \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{v}_1 = m_2 \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{v}_2 \quad (\text{F.6})$$

Itt a testre ható pozitív irányú erő már egy olyan egydimenziós vektormennyiség, amely a sebesség növekedésének irányába mutat. Matematikai modellalkotásunkban látható, hogy viszonylag sokféle lehetőségünk van a fizikai mennyiségek jellemzésére, csak a differenciálási tulajdonságoknak kell eleget tenni. Kis példánkban, mivel egyenes vonalú mozgásról van szó, a pozitív (referencia-) irányba haladó test térbeli és időbeli megváltozása ugyanúgy pozitív irányba esik egy egyenes mentén, így a gradiens helyett időbeli deriválttal is dolgozhatunk.

F.3. Testek közötti kölcsönhatások tranziens leírása

A transzportfolyamatok fizikai-kémiai anyagi objektumok közötti kölcsönhatásokat írják le. Definíció szerint a transzportfolyamat valamely extenzív mennyiség átmenetele egyik testről a másikra. [17]

Az állapotjelzőkre adott fizikai definíciók túlságosan megszigorítják a lehetőségeket, mivel a fizikusok általában csak egyensúlyi állapotokra vonatkoztatják azokat. [2]



F.2. ábra. A transzportfolyamat mérlege (referenciairányok)

Transzportfolyamatok esetén azonban a folyamatokat kvázi-stacionáriusnak tekintjük, hogy ezek tranziens jellegét meg tudjuk fogni, így állapotjelzőknek tekintjük a tulajdonképpen nem stabil állapotokat leíró mennyiségeket is.¹ [17]

Az előbb tárgyalt két egyenletesen haladó objektumunk esetére ezt alkalmazva a lendületet extenzív mennyiségként, a sebességet és a ható erőt intenzív mennyiségként értelmezhetjük. Két test kölcsönhatása esetén tehát a sebességek illetve a kölcsönösen ható erők kiegyenlítődhetnek, a lendület pedig (előjelesen) szuperponálódik.

A fizikai megfontolás ez esetben fontos volt: a lendület egészen más funkcióval bír, mint a sebesség, noha konstans tömeg esetén arányosak! A sebességek nem adódnak össze, a lendületek viszont igen!

F.3.1. Egy transzportfolyamat leírása az egydimenziós vektorokkal

Az egydimenziós vektorterek vizsgálatával a transzportfolyamatot viszonylag könnyen lehet többféle matematikai eszközzel egyidejűleg megmutatni. A transzportra jellemző extenzív mennyiség-változás két okra vezethető vissza: a környezettel való cserére és egy belső energiaforrás jelenlétére: $\Delta E = \Delta_k E + \Delta_b E$

Ezt Δt -vel osztva és $\Delta t \rightarrow 0$ határértékben kapjuk az E extenzív mennyiség globális mérlegegyenletét:

$$\frac{d}{dt} E = -I_E + P_E \tag{F.7}$$

ahol I_E az áramerősség, P_E a forráserősség. [17]

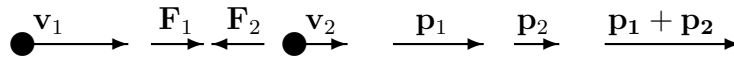
Tehát valóban mérlegként(!) kifejezve (F.7)-et $P_E \equiv 0$ -ra : $I_1 = I_2$, ahol $I_1 = \frac{d}{dt} E$, amit az állapotegyenlet határoz meg és $I_2 = -I_E$, amit a vezetési egyenlet határoz meg [17].

Az extenzív mennyiség áramlását írja le a globális mérlegegyenlet. Ha a forrás zérus,

¹Ha azonban a nemegyensúlyi rendszer képes egyensúlyt létrehozni, akkor rendszerünkben feltehetően léteznek valódi fizikai állapotok.



F.3. ábra. A tér forrásmentessége



F.4. ábra. Felvett irányok az ütközéses kölcsönhatásban

akkor E extenzív mennyiség: megmaradó mennyiség [17]. Esetünkben ez igaz, ez egyszerűen bizonyítható.

Az ütközés helyén a beáramló lendület vektormennyisége $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$, amely megegyezik a kiáramló \mathbf{p}_e eredő lendület nagyságával az (F.1) szerint. (F.3. ábra) A transzportfolyamat hajtóereje az, hogy különbség van az intenzív változó értékében (gradiens) [17]. Esetünkben a kölcsönhatás előtt a sebességek különböznek. A transzportegyenletet úgy kapjuk, hogy a mérlegegyenletbe behelyettesítjük az állapotegyenletet és a vezetési törvényt úgy, hogy már csak intenzív mennyiségek szerepeljenek benne. [17] Jelen esetben az állapotegyenlet a gyorsuló testeket írja le: az 1. testre vonatkoztatva az állapotegyenlet (F.4. ábra)

$$I_1^{(1)} = \frac{d}{dt}E_1 = \frac{d}{dt}\mathbf{p}_1 = m_1 \cdot \frac{d}{dt}\mathbf{v}_1 (= \mathbf{F}_1) \quad (\text{F.8})$$

A vezetési egyenlet a folyamatosnak feltételezett erőáramlást adja meg a másik test felől:

$$I_2^{(1)} = -I_E^{(1)} = -\mathbf{F}_2 \quad (\text{F.9})$$

Mivel $I_1 = I_2$, ebből a 2. testre kifejezett transzportegyenlet:

$$m_1 \cdot \frac{d}{dt}\mathbf{v}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (\text{F.10})$$

Tehát $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$, és \mathbf{F}_2 lassítja az első testet.

A 2. testre vonatkoztatva az állapotegyenlet:

$$I_1^{(2)} = \frac{d}{dt}E_2 = \frac{d}{dt}\mathbf{p}_2 = m_2 \cdot \frac{d}{dt}\mathbf{v}_2 (= -\mathbf{F}_2) \quad (\text{F.11})$$

A 2. test sebességének iránya és az általa létrehozott \mathbf{F}_2 ugyanis ellentétes irányú az F.4. ábra alapján.

A vezetési egyenlet a folyamatosnak feltételezett erőáramlást adja meg a másik test felől:

$$I_2^{(2)} = -I_E^{(2)} = \mathbf{F}_1 \quad (\text{F.12})$$

mivel $I_1 = I_2$, ebből az 1. testre kifejezett transzportegyenlet:

$$m_2 \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{v}_2 = \mathbf{F}_1 \quad (\text{F.13})$$

Tehát a gyorsabb 1. test fékeződik, a lassabb 2. test felgyorsul.

Az impulzus-megmaradást [12] noha nem feltételeztük, mégis adódik a felírt egyenletekből:

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \rightarrow \sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{F} = \frac{d}{dt} \mathbf{p}_e = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{p}_e = \text{konst.}$$

Oldjuk meg a sebességekre a transzportegyenleteket!

Konstans erőkomponenseket feltételezve (F_{x1} és F_{x2}) az (F.10) a konstans m_1 -gyel osztva és integrálva:

$$v_{x1}(t) = v_{x1}(0) - \frac{F_{x2}}{m_1} \cdot \int_0^t 1 dt = v_{x1}(0) - \frac{F_{x2}}{m_1} \cdot t \quad (\text{F.14})$$

Hasonlóan (F.13)-at megoldva:

$$v_{x2}(t) = v_{x2}(0) + \frac{F_{x1}}{m_2} \cdot \int_0^t 1 dt = v_{x2}(0) + \frac{F_{x1}}{m_2} \cdot t \quad (\text{F.15})$$

A $t = t_{max}$ -ot behelyettesítve (F.14)-be és (F.15)-be, és felhasználva, hogy kiegyenlítődéskor $v_{x2}(t_{max}) = v_{x1}(t_{max})$, kifejezhetjük a kölcsönhatáshoz szükséges időt:

$$t_{max} = \frac{v_{x1}(0) - v_{x2}(0)}{\frac{F_{x1}}{m_2} + \frac{F_{x2}}{m_1}}, \quad v_{x1}(0) > v_{x2}(0) \quad (\text{F.16})$$

Pontszerű testek esetén ez a megoldás azért nem helyes, mert a testek a kölcsönhatás kezdetén már egy közös sebességgel kell, hogy haladjanak.

F.3.2. A vezetési egyenlet és a kiegyenlítődés sebessége

A folyamatot (F.16) szerint lassítja a nagy kezdeti sebességkülönbség, a tömegek nagy tehetetlensége, és a gyorsabb befejeződést a transzport nagy vezetőképessége

teszi lehetővé, jelen esetben azt a nagy átadható erő okozza.

Ez az erő belső erő, amely a test sebességének illetve lendületének megváltoztatására képes, csak a transzportfolyamat hajtóerejéig [17] biztosíthatja a mozgásállapot-változást! Ez nem egy "hétköznapi" külső erő, amely a testet hosszabb ideig képes lenne gyorsítani! Állandó gyorsításhoz külső energiaforrás kell, de esetünkben a tér forrásmentes.²

Pontszerű testek ütközésekor az erő „gyorsabban” áramlik át, mint a konstans erő-áramlás. Tehát ez az erő időfüggő, és ez a függvény korábban tart 0-ba, mint t_{max} .

Pontszerű objektumok esetén $F_x(t) = F_x \cdot \delta(t)$ -t feltételezve a megoldás:

$$v_{x1}(0+) = v_{x1}(-0) - \frac{F_{x2}}{m_1} \cdot \int_{-0}^{+0} \delta(t) dt = v_{x1}(-0) - \frac{F_{x2}}{m_1} \quad (\text{F.17})$$

Hasonlóan (F.13)-t megoldva:

$$v_{x2}(0+) = v_{x2}(-0) + \frac{F_{x1}}{m_2} \cdot \int_{-0}^{+0} \delta(t) dt = v_{x2}(-0) + \frac{F_{x1}}{m_2} \quad (\text{F.18})$$

Valós esetben, például egy mérőkalapács segítségével az F.6 ábra szerinti erő-időfüggvényt kaphatunk. A kalapács és a gyorsítandó test közötti kölcsönhatás a (2)-es szakaszban van, az (1)-es és a (3)-as szakaszban a kalapácsfejnek más testre (a kalapácsrest és az ember felé) visszaható erejét láthatjuk. Értelemszerűnek tűnik $\Delta t_{rug} < t_{max}$. Az F.5/b. ábrán levő „diszkrét szimuláció” azt mutatja, hogy a testek saját sebességei túlugranak a v_{xe} által megadható egyensúlyi ponton.

- Egzakt számítás alapján az átáramló erő nagysága rugalmas testekre, (a lendület-megmaradást és a mozgási energia megmaradását figyelembe véve)³:

$$|F_r| = |F_{x1}| = |F_{x2}| = 2(v_{x1}(-0) - v_{x2}(-0)) \cdot (m_1 \times m_2) \quad (\text{F.19})$$

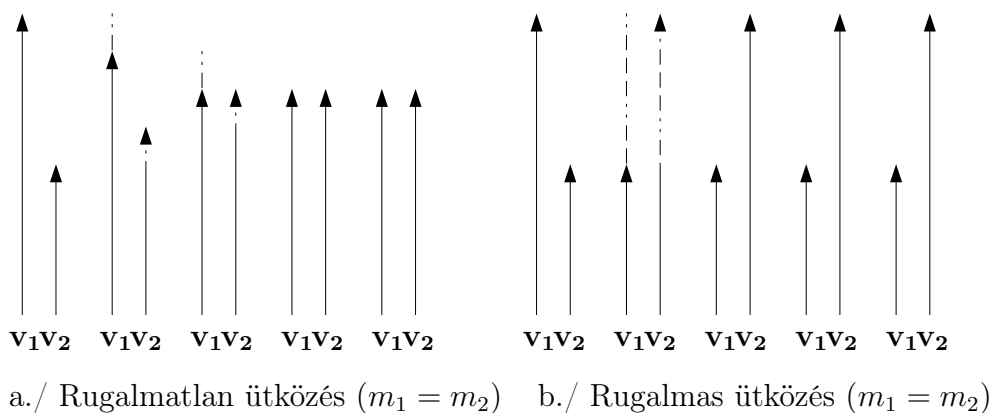
× a „re-plusz” művelet.⁴

- Rugalmatlan esetben a lendületmegmaradást és a kölcsönhatás utáni közös

²Egy nagyon egyszerű példával szeretném ezt illusztrálni. Ha például kis testeket próbálnánk egy nagyobb tömegű testbe löni, és nagy sebességre így próbálnánk felgyorsítani, kudarcba fulladnánk, mivel csak maximum a gyorsító test sebességéig lehetne gyorsítani a nagy méretű testet! A teljesen felgyorsított testet nem érnék utol a lövedékek! Azonban, ha egy önálló hajtóművel rendelkezik a nagyméretű test, akkor egész más a helyzet.

³a számítások az (F.19) és (F.20) egyenletekre az F.5. függelékben található.

⁴A mechatronikából ismert, hogy egy m_1 és m_2 tömegű test közé erőgenerátort kapcsolva az eredő tömeg $m_1 \times m_2$ -vel számolandó.



F.5. ábra. A transzportsebesség szerepe a kiegyenlítésben

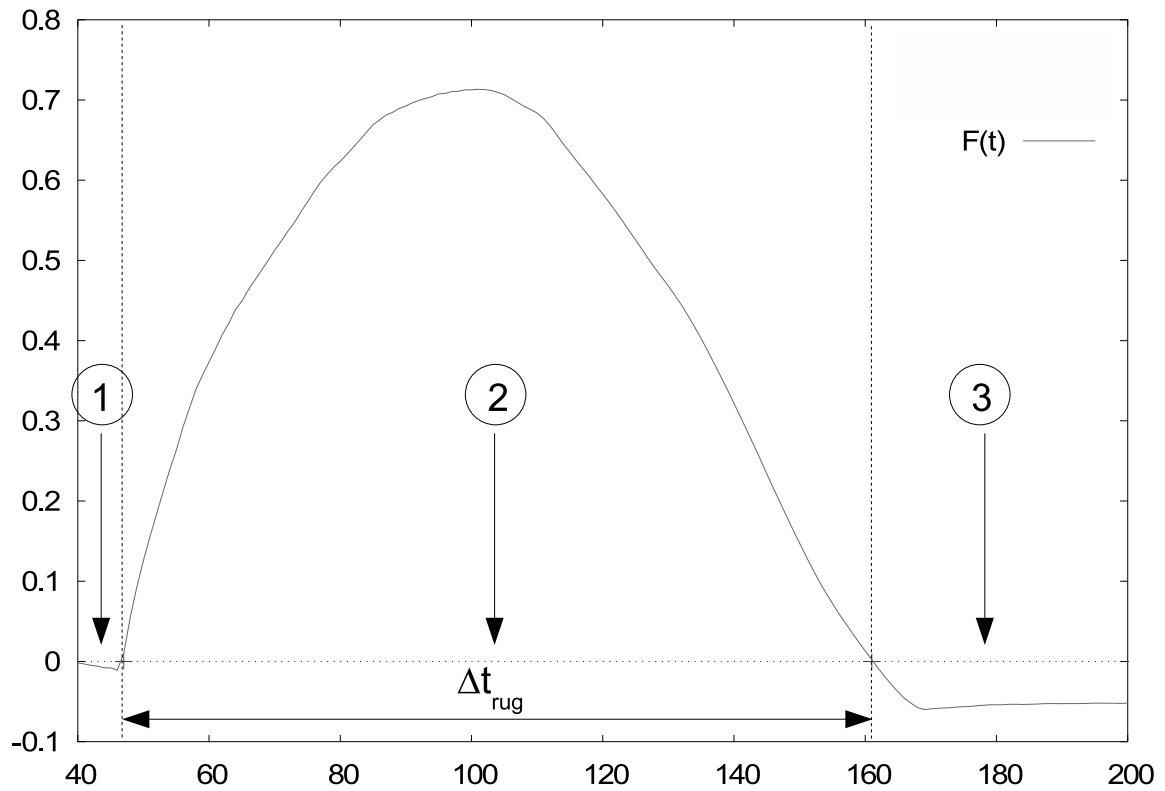
sebességet feltételezve az erők nagysága:

$$|F_{nr}| = |F_{x1}| = |F_{x2}| = (v_{x1}(-0) - v_{x2}(-0)) \cdot (m_1 \times m_2) \quad (\text{F.20})$$

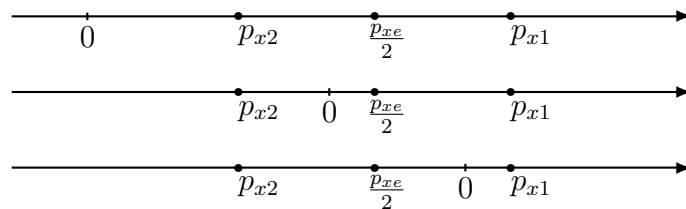
Ez az érték a rugalmas esetben kapott erőnagyság fele. Ez úgy magyarázható, hogy mindkét ütközésnél a testek először közös sebességet érnek el F_{nr} nagyságú erőt kifejtve. A kezdeti mozgási energia csökken. Rugalmas esetben a rugalmasan deformálódó testek energiatárolóval rendelkeznek, amelyben a testek ütközés során eltűnt mozgási energiája eltárolódik, és a kölcsönhatás után a testek az általuk kifejtett erőt visszakapják F_{nr} nagyságú erőhatás formájában, ellentétes előjellel. Az összes erőhatás így $2 \cdot F_{nr}$.

- Elképzelhető, hogy valós ütközésnél az átáramlott F_v erő az $F_{nr} < F_v < 2 \cdot F_{nr}$ intervallumba esik.

Az intenzív mennyiség változása. Ebben a kölcsönhatásban a lassabb test gyorsult, a gyorsabb pedig fékeződött. (A kisebb tömegű test sebességváltozása nagyobb.) A mozgásegyenleteket az F.4. ábra szerint felvett irányok által kifejezett transzportegyenletek adták.



F.6. ábra. Egy mérőkalapács gerjesztő erejének időfüggvénye



F.7. ábra. Az eredő vektor iránya

F.3.3. Az extenzív mennyiség áramlása

Ütközéskor az impulzusváltozás az (F.17) és (F.18) szerinti:

$$p_{x1}(0+) = p_{x1}(-0) - F_{x2} \quad (\text{F.21})$$

$$p_{x2}(0+) = p_{x2}(-0) + F_{x1} \quad (\text{F.22})$$

Az előző alfejezetek és modellt bemutató F.5 ábra alapján tudjuk:

1. Az ütközés kezdetekor egy sebességkiegyenlítődes zajlik le, amelyben a testek impulzusai változnak, a nagyobb impulzussal rendelkező test impulzusa csökken, a másiké növekszik.
2. Rugalmatlan ütközés esetén szuperpozíció lesz a végeredmény, ugyanis a testek együtt fognak mozogni, így a közös tömeg miatt impulzusaik összeadódnak.
3. Tökéletesen rugalmas ütközés esetén a modell szerint az impulzusváltozás tovább folytatódik: az első test sebessége v_{x1} -ről $(v_{x1} - \frac{F_{x2}}{m_1})$ -re csökken az ütközés után, a második test sebessége pedig v_{x2} -ről $(v_{x2} + \frac{F_{x1}}{m_2})$ -re nő.
4. A transzportelmélet szerint nem az extenzív mennyiségek egyenlítődnek ki (de azért áramlanak egyik testről a másikra!), a hajtóerőt az intenzív mennyiségek gradiense okozza. [17]

Az F.7. ábra egy nullhelyre érzéketlen „impulzusrelációt” mutat az F.1 ábrához hasonlóan. (Ezen az ábrán az első lehetőség egyirányú mozgást ad meg, a középső és a harmadik pedig szemben haladó testeket jelöl.) Nézzük meg közelebbről, mennyire független rendszerünk az origótól! Az eredő (vagy tömegközépponti) impulzus mindig

$$p_{xe} = p_{x1}(0-) + p_{x2}(0-) = p_{x1}(0+) + p_{x2}(0+)$$

Azt is tudjuk, hogy az eredő impulzus fele mindig:

$$\frac{p_{xe}}{2} = \frac{p_{x1} + p_{x2}}{2} \quad (\text{F.23})$$

Ezt mutatja az F.7. ábra. Ezzel a virtuális szemléltetéssel azonban itt egy újabb összefüggés is leolvasható, és nyomban értelmet nyer az origó helyzete:

$$\frac{p_{xe}}{2} = \begin{cases} > 0 \Leftrightarrow |p_{x1}| > |p_{x2}| \\ < 0 \Leftrightarrow |p_{x1}| < |p_{x2}| \\ = 0 \Leftrightarrow |p_{x1}| = |p_{x2}| \end{cases} \quad (\text{F.24})$$

vagyis

$$\frac{p_{xe}}{2} = |p_{x1}| - |p_{x2}| \quad (\text{F.25})$$

- Rugalmas ütközés esetén p_{xe} a tömegközéppont impulzusa, rugalmatlan ütközéskor pedig ez az eredő impulzus.
- Az F.5/b. ábra alapján látható, hogy a nagyobb saját impulzusból kisebb lesz, a kisebből nagyobb, de p_{xe} állandó.
- Az eredő (vagy tömegközépponti) impulzus fele mindig (F.23) szerinti, sőt az (F.25) is mindig igaz marad.
Az origó ismeretében differenciátorunkkal már nem csak egy ($<$, $>$, $=$) reláció birtokában vagyunk, hanem (p_{x1}, p_{x2}) nagyságának ismeretében az eredő (vagy tömegközépponti) impulzus iránya is megállapítható.
- Az eredő (vagy tömegközépponti) impulzus irányát a nagyobb vektorhossz dönti el (ami a nullhelytől való távolság). Ez a termodinamika alapelvének (1. főtétele) geometriai illusztrációja, hiszen egy ilyen kiegyenlítődési folyamatban p_{x1} és p_{x2} egyaránt $p_{xe}/2$ irányába mozdulnak el.

F.3.4. A mechanikai teljesítmény

A mechanikai teljesítmény áramlásának irányát az erőhatások és a sebességek numerikus előjelei határozzák meg, ezért a referencia-irányok felvételénél erre gondolni kell.

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad (\text{F.26})$$

ahol a kölcsönhatásban levő testre impulzusváltozásával arányos erő hat:

$$\mathbf{F}(\mathbf{t}) = \frac{d}{dt}\mathbf{p}(\mathbf{t}) \text{ és sebessége pedig lendületével arányos: } \mathbf{v}(\mathbf{t}) = \frac{\mathbf{p}(\mathbf{t})}{m}.$$

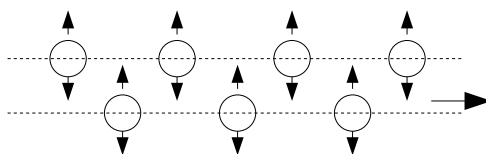
Teljesítményáramlás akkor van, ha az egyik test mechanikai teljesítménye negatív, a másiké pedig pozitív. Ezt határozza meg az F.4. ábra. Ekkor a negatív teljesítményű test leadja, a pozitív teljesítményű test pedig felveszi a teljesítményt.⁵ Példánkban az F.7. ábrán a p_{xe} pont fixen a helyén marad, de a körülötte levő p_{x1} és p_{x2} pontok szimmetrikusan elmozdulnak, mert $F_{x1} = -F_{x2}$.

- Csak azt az esetet vizsgáljuk, hogy $v_{x1} > v_{x2}$.
- Ha mindkettő sebessége pozitív, akkor az első test teljesítménye $P_1 < 0$, mivel $F_{x1}(+0) = p_{x1}(+0) - p_{x1}(-0) < 0$, tehát p_{x1} balra mozdult el, és a második test teljesítménye $P_2 > 0$, mivel $F_{x2}(+0) = p_{x2}(+0) - p_{x2}(-0) > 0$, mert p_{x2} jobbra mozdult el (és mindkettő $p_{xe}/2$ irányában mozdult el).
- Ha $v_{x1} > 0$ és $v_{x2} < 0$, akkor mindkettőre negatív teljesítményt kapunk.⁶ A mozgási egyenletek ekkor leírják a mozgást, de nem tartottuk be az F.4. ábra irányai szerinti konvenciót. Tehát a vonatkoztatási irányokat (sebességek origója) úgy kell megválasztanunk, hogy a feladat bemenő sebességeire pozitív, illetve negatív teljesítményeket kapjunk egyik vagy másik testre vonatkozóan.⁷ Mindig nem korrigálhatjuk a vonatkoztatási irányokat, de azt azonban figyelembe kell venni, hogy az adott paraméterek esetén a kölcsönhatás milyen irányú teljesítményt adhat le.

⁵Az előjelek eldöntése tehát megállapodás kérdése.

⁶Hibás végeredmény.

⁷Ez matematikailag a görbe alatti terület előjelének problémája, fizikailag pedig arra vezethető vissza, hogy a megtett elemi út a munka számításánál mindig pozitív: $\Delta s = \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t}$ (geometriai távolság) [2]



F.8. ábra. A részecskék közti adhézió

F.3.5. A testek rögzítése

Mi a helyzet források, erőterek esetén? A testek mozgása ekkor már nem történhet szabadon, kényszerekhez is kell alkalmazkodniuk. A nemegyensúlyi rendszer kiegyenlítődése így az eddigieknél bonyolultabb lesz.

A testek rögzítésének módjai

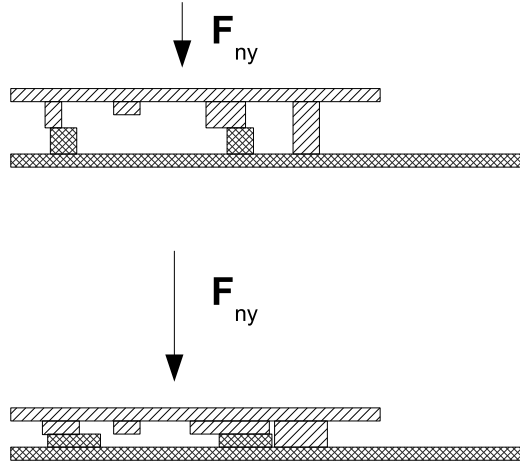
A szilárd testek esetén az elemi tehetetlen részecskék rögzítve vannak egymáshoz, például atomrácsot, molekularácsot alkotnak. Ez a rácsbeli elhelyezkedés a részecskék közti vonzó- illetve taszítóerő egyensúlyával magyarázható. Ugyanebből a testmodellből következik, hogy a rugalmas test megnyúlása arányos a ráható erők nagyságával. A testet összenyomhatatlannak tekintjük, térfogata nem változik. [3]

Ha két testet például ragasztással rögzítünk egymáshoz, akkor relatív sebességük nulla lesz, de egy másik rendszerhez képest lehet sebességük. Tehát itt is érvényesül az eltolási szimmetria.

A tapadó súrlódással is rögzíthetjük az egyik testet a másikhoz. A súrlódást az okozza, hogy két egymáson elcsúszó felület részecskéi a hőmozgásuk miatt rezegnek (ld. a fononok mozgását az F.8. ábra szerint), és ezekkel a rezgésekkel a felületek elmozdulása esetén az atomok egymás mozgását akadályozzák. Tapadás esetén a súrlódási ellenállás képes teljesen megakadályozni az elmozdulást, noha ezt a képességet a súrlódó test tehetetlensége korlátozhatja (például egy gyorsuló rendszerben)⁸ A valóságban az érintkező felület nagysága sokkal kisebb a geometriai felület nagyságánál a felület egyenetlenségei miatt, és így a testek közti súrlódás a valóságban kisebb, mint a nagyon sima és tiszta felületek között. [2]

[22] és [29] alapján a súrlódás ereje a valóban érintkező felületek nagyságától függ. Az F.9. ábra leegyszerűsítve azt próbálja megmutatni, hogy a nyomóerő megkétszereződése nagyjából megkétszerezi az érintkező felületek nagyságát, így a súrlódási

⁸Képzeljünk el egy teherautót rakományával, amely csak lassan indulhat el!



F.9. ábra. A szilárdtest-súrlódás lineárisan függ a nyomóerőtől

ellenállás is kétszeres erejű lesz. Belátható, hogy ezen az ábrán az érintkező felületek kinyúló „talpa” fokozatosan szétnyomódik. Amíg az egyéb részek nem érnek össze, és csak a talp-felületek nyomódnak szét, addig a felület növekedése lineáris. (A nyomóerő meglehetősen gyenge a molekulák közti erőkhöz képest és a nyomás megszűntével a molekulák közel az eredeti pozíciójukba térnek vissza.)

A rögzített test és a mozgó test viszonya

Amennyiben két (különböző sebességű) test találkozik, és az egyik rögzített, akkor azt mondhatjuk, hogy a rögzített testnek plusz tartaléka, forrása van. Ez a forrás megakadályozhatja a rögzített test mozgásállapotának változását. A testek rögzítve lehetnek egy adott sebességhez (például lehetnek álló testként is rögzítve, vagyis $v=0$). Az ideálisan ragasztott rögzítés modellünkben egy olyan végtelen tartalékú forrás, amelyre $P_E \equiv I_E$, bármilyen külső I_E hatására, így $\frac{d}{dt}E = 0$.

A tapadó súrlódás olyan véges tartalékú forrás, amelyben a testet rögzítő erő limitált, vagyis $|F_T| \leq F_{max} = \mu_t mg$. A testek mozgásállapotát tehát egyrészt a kölcsönhatásban áramló erő, másrészt forrásaik határozzák meg az (F.7) egyenlet szerint

A csúszó súrlódás is a testek részecskéinek ütközéseire, ellenállására vezethető vissza. Megmutatható, hogy ennél a kölcsönhatásnál amennyiben az egyik testet rögzítjük, a nem rögzített test alkalmazkodik a rögzített test mozgásához, és ez disszipációval jár együtt. Sebességkiegyenlítődés történik, amelyben egy gyorsabb nem rögzített test lassul, vagy egy lassabb nem rögzített test pedig gyorsul. Ezt a hatást a rögzített

zített test ellenereje okozza. A kiegyenlítődéssel addig tart, amíg el nem éri a közös (vagyis a rögzített) sebességet.

A kinetikus hőmodell alapján magyarázható a disszipáció jelensége. Mivel az egyik test translációs sebessége különbözik másiktól, és a két test hőmérsékletét egyenlőnek tekintjük (ez a hőmodell szerint a test részecskéinek átlagsebességével arányos), az ütközések folyamán a kezdeti relatív translációs sebesség eltűnése együtt jár a rögzített test részecskéinek átlagsebesség-növekedésével. Tehát csúszó súrlódás esetén ezen egyszerű modell szerint a mozgatható testre mechanikai munka, a rögzített testre hőtermelés adódik. A testek anyagtulajdonságai és az ütközésekkor bekövetkező reflexiók bekövetkezései összefüggnek, ez magyarázhatja az anyagoként eltérő disszipációt és mechanikai hatásfokot.

F.3.6. A súrlódás mechanikai tulajdonságai

Összefoglalva a súrlódás mechanikai tulajdonságait a súrlódási törvény segítségével:

$$\begin{cases} v_R = 0 : |F_T| \leq F_{max} = \mu_t mg \\ v_R \neq 0 : F = -sgn(v_R) \mu_{cs} mg \end{cases} \quad (\text{F.27})$$

Belátható, hogy a földhöz rögzített testtel megállásra kényszerítjük a mozgó testet. Ugyanis, ha a test nincs nyugalomban, mozgási irányára ellentétesen ható erőt fejt ki a csúszó súrlódás. A törvényben az is benne van, hogy tapadó súrlódás esetén nagyobb az átadható erő nagysága, vagyis $\mu_t > \mu_{cs}$, mivel itt kisebbek a veszteségek (például a hő termelésével járó veszteség).

A két további jellegzetes példában is a súrlódás a tehetetlenség elve ellen dolgozik:

- a rendszer gyorsulásakor tapadó súrlódás biztosítja az odatapadt tehetetlen test lendületének felnövelését a megfelelő gyorsulás megtartásához,
- az előző pontban az odatapadt test megcsúszásakor is igyekszik a csúszó testre olyan erővel hatni, hogy annak sebessége változzon meg.

F.3.7. A „nem szimmetrikus” kölcsönhatások problémája

Ezekben a kölcsönhatásokban az a különleges, hogy csak a nem rögzített test változtatja a mozgásállapotát, amelynek tömege állandó marad, a rögzített test tömege a kölcsönhatás szempontjából nem fontos vagy nem meghatározható. A mozgásállapotot a sebességgel tudjuk jellemezni az impulzus figyelése helyett. A ható súrlódási

erő függ relatív sebességektől [3], de paradox módon a sebességváltozást erők okozák!

Mivel a rögzített testek nem változtatják mozgásukat, a mozgásváltozás egy kicsit más módon modellezhető, mint az ütközésnél, noha bizonyos tulajdonságaiban hasonlít arra. Itt lényeges különbség, hogy a kölcsönhatásban levő testek igazából nem „kölsönösen szimmetrikusan hatnak” egymásra, így a köztük ható erőhatás többféle módon valósulhat meg. Erre volt példa az (F.27) egyenlet. Mivel végtelen energiaforrás a valóságban nincsen, ezért van értelme annak, hogy a forrással rendelkező rögzített test hatását legyőzzük. Súrlódási erőkre (F.24) és (F.25) mintájára bevezethető az

$$f = \begin{cases} f_{1 \rightarrow 2} \Leftrightarrow |f_{x1}| > |f_{x2}| \\ f_{2 \rightarrow 1} \Leftrightarrow |f_{x1}| < |f_{x2}| \\ 0 \Leftrightarrow |f_{x1}| = |f_{x2}| \end{cases} \quad (\text{F.28})$$

mint a „kölsönhatást létrehozó erők relációja”. Az (F.28)-ben szereplő egyik f_x erő a rögzített test maximális erő kifejtő képessége, a másik f_x a nem rögzített test erő kifejtő képessége. Ezzel a relációval a súrlódási kölcsönhatás azon tulajdonságát lehet kifejezni, hogy a rögzített test tapadó súrlódásra törekszik, ezzel szemben a nem rögzített test pedig a csúszó súrlódást akarja elérni. Ha a mozgó test erőhatása nagyobb, mint a rögzített test tartaléka, a döntés kicsúszik a rögzített test hatásköréből. Mértékelméleti megfontolásokból a diszkrét pontok a halmazból elhanyagolhatók (vagyis a zárt ill. nyitott halmazhatárokra írt feltételek szimulációs szempontból közömbösnek tekinthetők), így (F.28)-cal ekvivalensnek tekinthető az alábbi egyenlet:

$$f = \begin{cases} f_{1 \rightarrow 2} \Leftrightarrow |f_{x1}| \geq |f_{x2}| \\ f_{2 \rightarrow 1} \Leftrightarrow |f_{x1}| < |f_{x2}| \end{cases} \quad (\text{F.29})$$

F.3.8. A vonósőr és húr súrlódása

Kiindulási szempontok

- A merevített vonósőr rögzítve van egy bizonyos konstansnak tekintett vonósebességhez a vonórúd, a vonócsavar és a játékos izomereje által, sebessége, lendülete nem változhat.
- A húr sebessége, lendülete változhat a pillanatnyi teljesítményáramlás függvényében. Van tehát egy F vonóerő, amely a húr csatolási pontjára hat:

$$m_{string} \frac{d}{dt} v_{string} = F(f) \quad (\text{F.30})$$

f az (F.28) szerinti. Az előbbieket szerint a pillanatnyi teljesítményáramlás irányát az határozza meg, hogy a húr vagy a vonószőr erőhatása nagyobb mértékű-e.

A súrlódási esetek

- Tapadás esetén a vonószőr pozitív haladási irányában $F_T \leq F_{max}$ vonóerővel hat a húrra. Ezt pozitív mechanikai teljesítményáramlásnak tekintve akkor következik be, ha a húr erőkifejtő hatása abszolút értékben gyengébb a vonószőr tapadóerejénél. Ekkor a rögzített vonószőr fejt ki mechanikai teljesítményt a húrra, a húr azonban nem fejthet ki teljesítményt a vonószőr irányában, mert nincs akkora saját mechanikai teljesítménye. A húr sebességének irányától függetlenül a vonóerő pozitív sebességű irányban gyorsítja a húr. Ez esetben

$$m_{string} \cdot \frac{d}{dt} v_{string} = F_T \cong konst \quad (\text{F.31})$$

- Megcsúszás esetén a húr erőkifejtő képessége már nagyobb a vonószőrénél. Ekkor a húr akar mechanikai teljesítményt kifejteni a vonóra, mozgási irányának megfelelően, de ez a vonó merevsége miatt nem lehetséges. A húr mégis mozgást kezdeményez, de ennek hatása: csúszó súrlódás, amelynek hatására a húr fékeződik a vonószőr által. A húr mozgásával ellentétes irányban súrlódással hat vissza rá a vonószőr, és a csúszó súrlódás dörzsölése során nagyobb veszteség termelődik. Ekkor negatív mechanikai teljesítményáramlás következik be, de kisebb mértékben, mint a tapadás esetén.

Mindezt összefoglalva pozitív F vonóerőirány esetén:

$$F = \begin{cases} |F_{string}| \leq F_{max} : F = F_T \leq F_{max} = \mu_t \cdot (m_{bow} \cdot g + F_{player}) > 0 \\ |F_{string}| > F_{max} : F = -\text{sgn}(v_{string} - v_{bow}) \mu_{cs} \cdot (m_{bow} \cdot g + F_{player}), |F| < |F_T| \end{cases} \quad (\text{F.32})$$

Látható, hogy az (F.27)-ben leírt törvényszerűségeket összehangoltuk a (F.29)-nál megadott alapelvekkel. $v_R = v_{string} - v_{bow}$ Az (F.32) első sora az energiabevitelt, a második sora az energia veszteséget írja le.

A diszkrét szimuláció

Sajnos az (F.32) diszkrét szimulációban nem működik $F_T < F_{max}$ esetén, mert első sora rejtett ellentmondást takar, ezért a függvényt „kvantálnunk” kell. Az ellentmon-

dás fizikai oka lehet az, hogy egy kisebb F_T gerjesztéssel akarunk egy nagyobb F_{max} energiaszintet meghaladni (entrópiatétel megsértése).⁹

Egy kis átalakítással:

$$\bar{F} = \begin{cases} |F_{string}| \leq k \cdot F_{max} : \bar{F} \simeq F_{max} = konst, F_{max} = \mu_t \cdot (m_{bow} \cdot g + F_{player}) > 0 \\ |F_{string}| > k \cdot F_{max} : \bar{F} = -sgn(v_{string} - v_{bow})\mu_{cs} \cdot (m_{bow} \cdot g + F_{player}), |\bar{F}| < |F_{max}| \end{cases} \quad (\text{F.33})$$

Itt $k = 0 < \frac{F_T}{F_{max}} < 1$ a tapadással kapcsolatos paraméter, a tapadáshoz a tapadóerőnek ugyanis nem kell F_{max} -nak lennie. $k = 1$ illetve $F_T = F_{max}$ esetén (F.32) és (F.33) ekvivalens. A gerjesztéskor F_{max} tekinthető a kölcsönhatás alatt átáramlott teljes erőmennyiség átlagértékének, amely nagyobb is lehet, mint a kölcsönhatás „kezdeti” pillanatában adott $k \cdot F_{max}$ erőmennyiség. [3]

Ez magyarázatot adhat a „diszkretizált” modellben a k -paraméter szerepére. Kis felületek érintkezésekor (pl. kevés vonószőr) k kicsi lehet, így az a tapadás jóságát vagy egy relatív tapadó felületnagyságot (pl. vonószőr-mennyiséget) írhat le.

A megcsúszás folyamata

Ismeretes, hogy a hegedűs jól begyantázza a vonószőrt, hogy jól tapadjon, sőt legtöbbjük izomerejével is nagy nyomást gyakorol a vonón keresztül a húrra. A húr a vonószőr tapadása által a csatolási pontban hat a tapadóerő, amely azt gyorsítja (F.31) szerint. $F_{player} = 0$ esetén a tapadóerő arányos a vonó súlyával:

$$|F_T| \leq F_{max} = \mu_t m_{bow} g \quad (\text{F.34})$$

A rögzített vonószőr nem mozdul el, csak megnyúlik a húr által kifejtett F_T tapadóerő hatására. Összevonva (F.31)-et és (F.34)-et:

$$\left| \frac{d}{dt} v_{string} \right| \leq \mu_t g \frac{m_{bow}}{m_{string}} \approx \frac{m_{bow}}{m_{string}} \gg 1 \quad (\text{F.35})$$

Tehát a húrra eső a tapadó vonószőr által kifejtendő sebességváltoztató hatás a vonó és a húr tömegarányától függ, és ez viszonylag nagy. (F.35)-höz többletként járul F_{player} hatása. Ha ezt a kölcsönhatást viszonylag lomhának is feltételeztük, úgy tűnik, a kölcsönhatás végén láthatóan minden esetben $v_{string} = v_{bow}$ lesz. A szemlélet alapján ezt a vonszólo tapadó súrlódást nehéz legyőzni.

A húr pillanatnyi erejét azonban egy variáns $F_{string}(t)$ függvény adja meg, amely az

⁹Másrészt a gerjedés 2. fejezetben közölt numerikus algoritmus sem működik $F_T < F_{max}$ paraméterválasztással.

elosztott paraméterű rendszer által megadott pillanatnyi húrerőtől függ! Ha ez elég nagy, $v_R \neq 0$ nem tud kiegyenlítődni, ezért csúszó súrlódás hatását kell figyelembe venni.

Mivel a csúszási súrlódási disszipáció hatása nem túl nagy, $\mu_{cs} = 0$ -t feltételezve is numerikusan stabil maradhat a vonásmodell, ha a húrmodellben már szerepel disszipáció.

Rendszermodell: a húr energiatárolása és a súrlódási kölcsönhatás

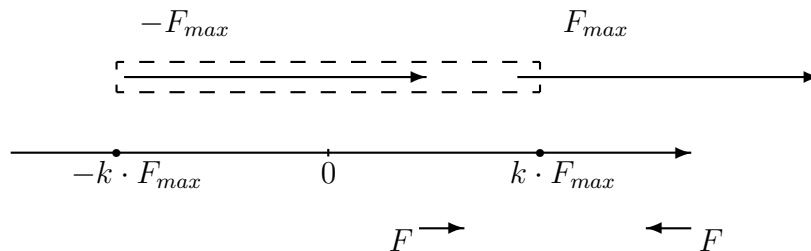
Energiatároló rendszerek. Egy egyenes mentén mozgó test mozgási energiáját magával a mozgással tudjuk jellemezni: a mozgásban tárolódik az energia, és ott is marad addig, amíg egy kölcsönhatás meg nem változtatja a mozgásállapotot.

A kinetikus hőmodellben a rendszer belső energiáját a mozgó részecskék átlagsebessége adja meg. Egy másik magyarázat szerint a részecskék rezgései tárolják a hőenergiát. Meggondolandó, hogy egy-egy részecske sebessége nem ad lényeges információt a rendszer állapotáról.

Az oszcillátor egy egyszerű modell a rezgések megjelenítésére, az oszcillátorban tárolt energia mennyisége kapcsolatban van az amplitúdóval. Mindezek alapján az energiatároló rendszer metamodellje a következő: az energiatároló fizikai rendszer valamilyen matematikai-fizikai összefüggésekkel leírható struktúrából áll („fekete doboz”), amely

- képes a környezetével egy adott fizikai kölcsönhatással teljesítmény-áramlás biztosítására (a termodinamika elvének megfelelően). Ezt adják meg a fizikai kölcsönhatást leíró egyenletek,
- állapotváltozóval rendelkezik, vagyis van egyensúlyi (stabil) állapota. Ezt a rendszer elemeit leíró belső összefüggések és a kölcsönhatást leíró egyenletek együttesen biztosítják.

Az állapotváltozó-fogalom további megfontolást igényel. Bizonyos esetekben nehezen értelmezhető az a meghatározás, hogy az állapotváltozó megváltozása független az előző állapotok sorozatától, különösen időfüggő rendszerekben. Az energiatárolás emlékezettel rendelkezik: ez azt jelenti, hogy a pillanatnyilag rendelkezésre álló teljesítményt egy energiatároló rendszerbe juttatva képes a tároló egy olyan új állapotot létrehozni, hogy az abból való visszatéréskor visszakapjuk a betáplált teljesítményt. Az állapotváltozó mutatja meg, hogy melyik állapotban vagyunk. Az összes többi változó fontos lehet a leírásban, de ezek nem állapotváltozók.



F.10. ábra. A súrlódási kölcsönhatás irányai

A húr energiatárolása. A waveguide az energiatároló tulajdonságot biztosítja rendszerünk számára (F.4.8. alfejezet). A modellhez azonban a súrlódási kölcsönhatást is figyelembe kell venni.

A hullámváltozók függenek az egész rendszertől. A húr általában nem a közepén gerjesztjük, és a reflexió miatt a gerjesztett hullámkomponens-párok nem minden gerjesztéskor eshetnek egybe.

Ezért nem állítható, hogy a pillanatnyi $F_{string}(t)$ függvényt adó két hullámváltozót a súrlódási kölcsönhatással befolyásolva *teljesen meg tudjuk határozni* a pontosan egy periódus múlva létrejövő új „húr-állapotot”, mivel annak egyik (de nem mindkét!) visszatérő hullám-összetevője egy korábbi gerjesztés hatására megváltozhat! Ezért csak akkor tudjuk biztosan meghatározni a rendszer egy pontjának jövőbeli állapotát, ha az összes hullámváltozót ismerjük. Ilyen szempontból nem helyes az F.10. ábra koncentrált paraméterű értelmezése. Csak annyi olvasható le az ábráról, hogy a pillanatnyi „húr-állapotnak” megfelelően a szaggatottan jelölt tartományban a tapadó súrlódási erő hat, ezen a tartományon kívül pedig a csúszó súrlódás.

A húr teljesítménymérlegét az F.4.8. alfejezetben leírtak szerint vizsgálhatjuk.

- A tapadó súrlódás gerjedést okoz, így növeli a húrban tárolt mozgási energiát;
- a csúszó súrlódás csökkenti a húrban tárolt mozgási energiát.

Közvetett módon látható be, hogy teljesül az összes megmaradási elv:

- a waveguide-ban teljesül az energia megmaradása (F.4.8. alfejezet);
- a súrlódási kölcsönhatás leírásában teljesült a teljesítménymegmaradás elve.

Ebben a fejezetben a kölcsönhatásokkal foglalkozva tehát sikerült a mechanikus teljesítmény áramlásának modelljét különböző kölcsönhatások esetén kvalitatíven

meghatározni.

Bebizonyosodott, hogy súrlódás esetén az erők „nemegyensúlyi relációja” határozza meg a kölcsönhatást, de a folyamatban végül a rendszer egyensúlyi állapotba kerül.

F.4. Waveguide-levezetések

F.4.1. A haladó hullámok egyenletének levezetése

A kiindulási egyenlet az (1.4):

$$y(x, t) = y_r(x - ct) + y_l(x + ct)$$

Ezt az ismert hullámegyenlet-megoldást többször deriválva valóban (1.3)-hoz jutunk: $y = y_r(u_r(t)) + y_l(u_l(t))$, ahol $u_r(t) = x - ct$, $u_l(t) = x + ct$, és a láncszabállyal mindegyik hullámkomponensre $\frac{\partial y_k}{\partial t} = \frac{\partial u_k}{\partial t} \cdot \frac{\partial y_k}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial u_k}$. Mivel $\frac{\partial u_k}{\partial x} = 1$ bármelyik belső függvényre, ezért $\frac{\partial y_k}{\partial t} = \frac{\partial u_k}{\partial t} \cdot \frac{\partial y_k}{\partial x}$.

$$\frac{\partial}{\partial x} y(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} y_r(x - ct) + \frac{\partial}{\partial x} y_l(x + ct) \quad (\text{F.36})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} y(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} (x - ct) \frac{\partial}{\partial x} y_r(x - ct) + \frac{\partial}{\partial t} (x + ct) \frac{\partial}{\partial x} y_l(x + ct) \quad (\text{F.37})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} y(x, t) = -c \frac{\partial}{\partial x} y_r(x - ct) + c \frac{\partial}{\partial x} y_l(x + ct) \quad (\text{F.38})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} y_r(x - ct) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} y_l(x + ct) \quad (\text{F.39})$$

Az (F.37) mintájára pedig:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} y_r(x - ct) + c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} y_l(x + ct) \quad (\text{F.40})$$

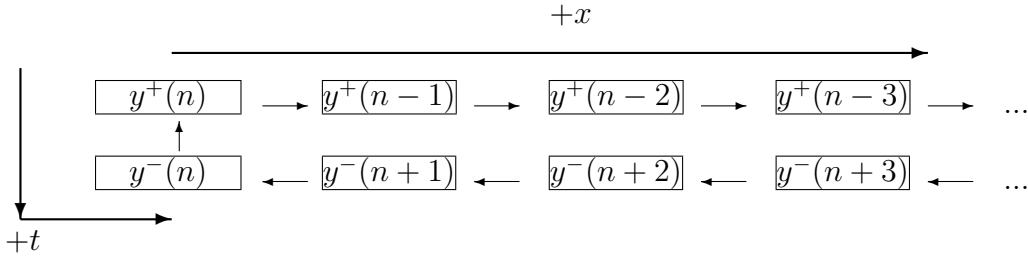
Egyenlővé téve (F.39)-et és (F.40)-et, majd behelyettesítve $c^2 = F/m'$ -t megkapjuk (1.3)-t

F.4.2. A haladó hullámok waveguide-egyenletének levezetése

Ez a megoldás hasonló (F.36)-(F.40)-hez:

$y = y_r(u_r(x)) + y_l(u_l(x))$, ahol $u_r(x) = t - x/c$, $u_l(x) = t + x/c$, és a láncszabállyal mindegyik hullámkomponensre $\frac{\partial y_k}{\partial x} = \frac{\partial u_k}{\partial x} \cdot \frac{\partial y_k}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial u_k}$. Mivel $\frac{\partial u_k}{\partial t} = 1$ bármelyik belső függvényre, ezért $\frac{\partial y_k}{\partial x} = \frac{\partial u_k}{\partial x} \cdot \frac{\partial y_k}{\partial t}$.

$$\frac{\partial}{\partial t} y(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} y_r(t - x/c) + \frac{\partial}{\partial t} y_l(t + x/c) \quad (\text{F.41})$$



F.11. ábra. a térbeli és időbeli növekedés

$$\frac{\partial}{\partial x}y(x, t) = \frac{\partial}{\partial x}(t - x/c) \frac{\partial}{\partial t}y_r(t - x/c) + \frac{\partial}{\partial x}(t + x/c) \frac{\partial}{\partial t}y_l(t + x/c) \quad (\text{F.42})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}y(x, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}y_r(t - x/c) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}y_l(t + x/c) \quad (\text{F.43})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}y(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}y_r(t - x/c) + \frac{\partial^2}{\partial t^2}y_l(t + x/c) \quad (\text{F.44})$$

(F.42) mintájára pedig:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}y(x, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}y_r(t - x/c) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}y_l(t + x/c) \quad (\text{F.45})$$

behelyettesítve $c^2 = F/m'$ -t itt is megkapjuk (1.3)-t.

F.4.3. A waveguide változói mint tér- és időderiváltak

A szemléletesség kedvéért célszerű megmutatni, hogy milyen a térbeli és időderiváltak viszonya a waveguide-ban. A deriváltfüggvény matematikai definíciójából kiindulva ($f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$) az a kérdés, hogy mi a növekedési irány x koordináta szerint, mi x és $x + \Delta x$ viszonya. Az F.11. ábra (egyszerűsített waveguide-blokkdiagram) alapján látható, hogy

- a tér szerinti változás a hullámvezető hossza mentén történik;
- az idő szerinti előrettekintés (a waveguide-ot cirkulárisnak tekintve) a waveguide-ban cirkuláló adatáramlási iránnyal ellentétes.

Ezek alapján felírhatók a térbeli és időbeli deriváltak elsőrendű közelítései az (1.5)-(1.7) egyenletek alapján. Induljunk ki (1.7)-ből, az $m = 1$ pontot tekintve alapnak:

$$y(n, m = 1) = y^+[n - 1] + y^-[n + 1] \quad (\text{F.46})$$

Ennek időbeli differenciája:

$$\dot{y}(n, m = 1) = \dot{y}^+[n - 1] + \dot{y}^-[n + 1] = v^+[n - 1] + v^-[n + 1] \quad (\text{F.47})$$

Az időbeli előrehaladási irányt figyelembe véve legyen a sebesség-hullámokra igaz, hogy

$$v^+(n, m = 1) = y^+[n] - y^+[n - 1] \quad (\text{F.48})$$

$$v^-(n, m = 1) = y^-[n + 1] - y^-[n] \quad (\text{F.49})$$

Ezeket (F.47)-be behelyettesítve:

$$v(n, m = 1) = y^+[n] - y^+[n - 1] + y^-[n + 1] - y^-[n] \quad (\text{F.50})$$

A slope-hullámok ennek alapján:

$$y'(n, m = 1) = y'^+[n - 1] + y'^-[n + 1] \quad (\text{F.51})$$

$$y'^+(n, m = 1) = \frac{1}{c} (y^+[n - 1] - y^+[n]) \quad (\text{F.52})$$

$$y'^-(n, m = 1) = \frac{1}{c} (y^-[n + 1] - y^-[n]) \quad (\text{F.53})$$

Behelyettesítve (F.51)-be

$$y'(n, m = 1) = \frac{1}{c} (y^+[n - 1] - y^+[n] + y^-[n + 1] - y^-[n]) \quad (\text{F.54})$$

Látható, hogy

$$y'(n, m = 1) = \frac{1}{c} (v^-[n + 1] - v^+[n - 1]) \quad (\text{F.55})$$

A másodrendű mennyiségek kifejezéséhez szükséges egy újabb késleltetőre felírni az elsőrendű mennyiségeket:

$$\dot{y}(n, m = 2) = \dot{y}^+[n - 2] + \dot{y}^-[n + 2] = v^+[n - 2] + v^-[n + 2] \quad (\text{F.56})$$

$$\dot{y}(n, m = 2) = y^+[n - 1] - y^+[n - 2] + y^-[n + 2] - y^-[n + 1] \quad (\text{F.57})$$

$$y'(n, m = 2) = y'^+[n - 2] + y'^-[n + 2] \quad (\text{F.58})$$

$$y'(n, m = 2) = \frac{1}{c} (y^+[n - 2] - y^+[n - 1] + y^-[n + 2] - y^-[n + 1]) \quad (\text{F.59})$$

A másodrendű kifejezések:

$$\ddot{y}(n, m = 2) = \dot{y}^+(n, m = 1) - \dot{y}^+(n, m = 2) + \dot{y}^-(n, m = 2) - \dot{y}^-(n, m = 1) \quad (\text{F.60})$$

$$\ddot{y}(n, m = 2) = y^+[n] - 2 \cdot y^+[n - 1] + y^+[n - 2] + y^-[n + 2] - 2 \cdot y^-[n + 1] + y^-[n] \quad (\text{F.61})$$

Hasonlóhoz jutunk a slope-hullámokon keresztül:

$$y''(n, m = 2) = \frac{1}{c} (y'^+(n, m = 2) - y'^+(n, m = 1) + y'^-(n, m = 2) - y'^-(n, m = 1)) \quad (\text{F.62})$$

$$y''(n, m = 2) = \frac{1}{c^2} (y^+[n] - 2 \cdot y^+[n - 1] + y^+[n - 2] + y^-[n + 2] - 2 \cdot y^-[n + 1] + y^-[n]) \quad (\text{F.63})$$

Tehát teljesült, hogy

$$y''(n, m = 2) = \frac{1}{c^2} \ddot{y}(n, m = 2) \quad (\text{F.64})$$

Egy sebességhullám vizsgálatához tehát két kitéréshullámot kell vizsgálni, egy gyorsuláshullám elemzéséhez három kitéréshullám adata kell. N kitérésadat kiértékelésénél tehát $N - 1$ sebességadatot és $N - 2$ gyorsulásadatot kapunk.

F.4.4. A hullámeqyenlet sajátértékei

Az F.4.3.-ban elvégzett számítások után, a hullámeqyenletet vizsgálva azt formálisan értelmezhetjük sajátérték-egyenletként,

$$\Delta y = k^2 y$$

$k(t)\{y(t, \dots)\}$ hullámszám-operátor azonban nem egy skalár érték, hanem egy olyan y kifejezésen végzett művelet, amely az időtől függ („egy dimenziós” variáns operátor).

$$\Delta(x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

a Laplace-operátor és

$$k(t) = \frac{\omega(t)}{c} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}$$

ahol c konstans a hullámsebesség és $\omega(t)$ az időbeli derivált operátora. Az $y(x, t)$ függvényt Fourier-sorba fejtve azonban

$$y(x, t) = y_r(t - x/c) + y_l(t + x/c)$$

$$y_r(t - x/c) = A_{1r} \cos \omega_1(t - x/c) + B_{1r} \sin \omega_1(t - x/c) + \dots$$

$$\dots + A_{nr} \cos \omega_n(t - x/c) + B_{nr} \sin \omega_n(t - x/c)$$

$$y_l(t + x/c) = A_{1l} \cos \omega_1(t + x/c) + B_{1l} \sin \omega_1(t + x/c) + \dots$$

$$\dots + A_{nl} \cos \omega_n(t + x/c) + B_{nl} \sin \omega_n(t + x/c)$$

a frekvenciakomponensekre valóban teljesül egy skaláris $-\omega_i^2$ szorzó, mivel

$$\frac{\partial}{\partial t} y_r(x, t) = \omega_1 (B_{1r} \cos \omega_1(t - x/c) - A_{1r} \sin \omega_1(t - x/c)) + \dots$$

$$\dots + \omega_n (B_{nr} \cos \omega_n(t - x/c) - A_{nr} \sin(\omega_n(t - x/c)))$$

$$\frac{\partial}{\partial t} y_l(x, t) = \omega_1 (B_{1l} \cos \omega_1(t + x/c) - A_{1l} \sin \omega_1(t + x/c)) + \dots$$

$$\dots + \omega_n (B_{nl} \cos \omega_n(t + x/c) - A_{nl} \sin(\omega_n(t + x/c)))$$

$$\frac{\partial}{\partial t^2} y_r(x, t) = -\omega_1^2 (A_{1r} \cos \omega_1(t - x/c) + B_{1r} \sin \omega_1(t - x/c)) + \dots$$

$$\dots + -\omega_n^2 (A_{nr} \cos \omega_n(t - x/c) + B_{nr} \sin \omega_n(t - x/c))$$

$$\frac{\partial}{\partial t^2} y_l(x, t) = -\omega_1^2 (A_{1l} \cos \omega_1(t + x/c) + B_{1l} \sin \omega_1(t + x/c)) + \dots$$

$$\dots + -\omega_n^2 (A_{nl} \cos \omega_n(t + x/c) + B_{nl} \sin \omega_n(t + x/c))$$

továbbá teljesül (F.41) és (F.44).

A szemléletes fizikai kép az, hogy frekvenciakomponensenként (hullámzó szinuszként) vizsgálhatjuk a húr mozgását. Magas frekvenciájú kitéréskomponensek esetén nagyon nagy lesz a húr kitéréskomponensével ellentétes irányú gyorsulás, alacsony frekvencia esetén ez jóval kisebb mértékű.

F.4.5. Húrsebesség-korlátozás egy pontban

Ha valamilyen mechanizmus biztosítja a folyamatos gyorsítást, az F.4.2. és F.4.3. alfejezetek szerint ebben a szerencsétlen esetben a húr kitérése egyre nagyobb és nagyobb lesz: a waveguide instabillá válhat. A húr kitérés-szabályozása azonban lehetséges egy maximális húrsebesség beállításával.

Mivel a húrkitérés első deriváltja a húr merekségét adja, egy sebességhullám-korlát segítségével a húr meghajlását, megtörését korlátozhatjuk. Ha egy $|v(t)| \leq v_{max}$ korlátot adunk a húr egy pontjára, akkor itt a kitérés mereksége két pont között nem lehet nagyobb v_{max} -nál, ennél nagyobb megtörés nem lehetséges. Ezzel a kitérés nagyságát is korlátoztuk: $|y(t)| = |\int v(t) dt| \leq \int v_{max} dt$. Ezenkívül a maximált sebességhullámok tovaterjedésekor a húr meggörbülését is korlátozzuk: $|v(t)| = |\int a(t) dt| \leq v_{max}$ esetén elég kicsire szorítható $a(t)$, ha $a(t)$ nem vált előjelűt.

A húr görbülete segítségével azonban mégis nagy energia tárolható, hiszen előjelváltó (AC) gyorsítás esetén folytonos $a(t)$ -re nincs felső korlát!

Ezen kívül $|v(t)| \leq v_{max}$ csak a csatolási pont sebességére vonatkozó korlátozás, de ha $v^+(t)$ és $v^-(t)$ ellentétes előjelűek, $v^+(t)$ és $v^-(t)$ nagysága akár mekkora lehet¹⁰, tehát ezek a változók gerjedhetnek.

F.4.6. Húrerők a kölcsönhatásban

A húr és környezete által kifejtett erőkön keresztül valósul meg a fizikai kölcsönhatás. A húr egyenletét annak felhasználásával írtuk fel, hogy a húrt két tetszőlegesen közeli pontján adódott eltérő hajlásszögű erők különbsége gyorsította. Ezek alapján vizsgálva az (1.1) és (1.2) egyenleteket, természetesnek tűnik, hogy a húrt egy pontján mozgató erő kis hajlásszögeknél arányos $\sin(\alpha) \simeq \tan(\alpha) = \frac{\partial y}{\partial x} x$ -szel.

A húr egyenlete ugyanis a következő fizikai összefüggést fejezi ki pozitív x irányban haladva (a vektor-jelöléseket elhagyva):

$$m' \Delta v = (F^+ - F^-) \Delta t, \quad (F^+ > F^-) \quad (\text{F.65})$$

F^+, F^- : a jobb és bal oldali ponton ható erők. (F.65) nem más, mint

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial f_i}{\partial x} = \frac{\partial f_k}{\partial x} \quad (\text{F.66})$$

¹⁰Nem vettük figyelembe, hogy v^+ és v^- hullámok a reflexiókon keresztül kapcsolatban vannak egymással, tehát ezek a gerjedés szempontjából sem „független állapotváltozók”. (F.3.8 alfejezet)

ahol

$$p = m' \cdot v = m' \frac{\partial y}{\partial t} \quad (\text{F.67})$$

és

$$f_i = -F \frac{\partial y}{\partial x} \quad (\text{F.68})$$

f_i a húr hatóereje, f_k a környezet által a húrra kifejtett erő. (F.66)-ba behelyettesítve (F.67) és (F.68) egyenleteket megkapjuk (1.3)-t.

Az (F.68) és (1.9) előjelei azért egyeznek meg, mert

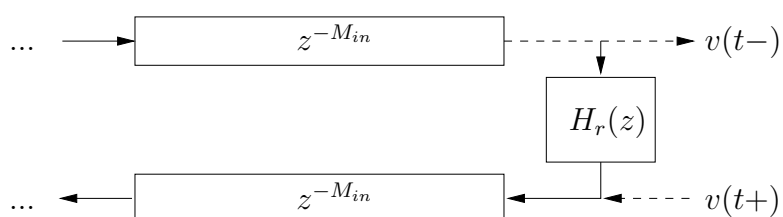
- (F.68) esetén a húr egy pontjára ható belső erő (f_i) iránya olyan, hogy a húr iránytangensét (meghajlását) csökkentse,
- a húr mozgása (p) olyan irányban változik (F.66), hogy az csökkentse a húr belső feszültségét (f_i).

Ehhez lássuk be a következőket:

A húrdarab balra és jobbra való elmozdulásakor a ható erők egy fizikai kölcsönhatás eredményeképp jönnek létre. f_l és f_r egymás ellenerői, amelyek ellentétes irányúak, de nem ugyanazok a testek hozzák őket létre. A húr $x = x_{max}$ jobboldali végén a húr által létrehozott a környezetre ható erő legyen f_r , ekkor a környezet által a húrra visszaható erő f_l . Az f_i belső húrfeszültség oka a húrt kifeszítő mechanikus alrendszer. A gerjesztési pontban legyen a gerjesztő alrendszer által létrehozott $div(f_k) = div(-f_i) = -\frac{\partial f_i}{\partial x}$ forráserősség, amely $\frac{\partial p}{\partial t}$ mozgást generál. A húrt kifeszítő húrfeszültség válasza erre f_i erő, amelyet a húrt kifeszítő alrendszer generál a húr egyik rögzített végén. Ez az f_i erő hat vissza a gerjesztési pontban mint a húr hatóereje.

F.4.7. A waveguide-változók és a fizikai változók viszonya

A húr végein, a reflexiós pontok között igazán csak $y(t)$, $v(t)$ és $a(t)$ értelmezhető, a hullámmennyiségek talán nem, mivel a kétoldali térbeli derivált értelmezése itt nem lehetséges. A környezet dinamikus (egyensúlyi) válasza az oka a reflektált hullámoknak, és az F.12. ábra alapján megjelenik egy tranziens módon értelmezett húr és környezetét összekötő csatolási pont. Például, ha $v^+ = v(t-)$ növekszik, akkor tranziens módon v is növekszik (a húr vég gyorsul), erre a környezet válasza a nagyobb rögzítő ellenerő, és ezért $v^- = v(t+)$ nagysága is növekedni fog (negatív irányban). Az F.1. táblázat és F.4.6. alfejezet alapján látható, hogy



F.12. ábra. Waveguide reflexiója mint tranzien koncentrált elemű csatolási pont

Szuperponált hullámváltozók kinematikai képe a húr végein	waveguide-változó	hullám-impedancia	koncentrált paraméterű fizikai változó
$x \approx x^+$	y^+, y^- kitéréshullám		$y = y^+ + y^-$ kitérés
$v \approx v^+$	v^+, v^- sebesség-hullám	$f^+ = Rv^+$ $f^- = -Rv^-$	$v = v^+ + v^-$ sebesség ($f = f^+ + f^-$ eredő húr-feszültség)
$a \approx a^+$	a^+, a^- gyorsulás-hullám		$a = a^+ + a^-$ gyorsulás

F.1. táblázat. A waveguide-változók és a fizikai változók viszonya. A szuperponált összegzés a negatív reflexiók miatt differenciaképző hatású.

1. A fizikai szemléletből (a hullámegyenlet megoldásából) adódik, hogy a kölcsönhatás pillanatában a gerjesztő erő gyorsítja a jobbra és balra haladó sebesség-hullámokat egyaránt. A kétszeres hullámimpedanciával osztott koncentrált erő összeadón való becsatlakoztatása a sebesség-hullámokra tehát megfelel egy húrra ható erő gerjesztésének.
2. elsőrendű közelítésben a húrvégek kinematikai leírása megfelel egy hullámváltozónak: például $v \approx v^+$, mert $\frac{d}{dt}v = a$, és a húr végein $a \approx \frac{d}{dt}v^+$
3. az eredő hűrfeszültség a jelenlegi waveguide-modell működése szempontjából egy másodlagos paraméter.

F.4.8. A waveguide energiája és a teljesítményáramlási irányok

A hullámváltozók abszolút nagyságával hozható összefüggésbe a húrban tárolt energia:

$$\varepsilon(t) \approx X m' \cdot \sum_{m=0}^{M-1} ([v^+(m)]^2 + [v^-(m)]^2) \quad (\text{F.69})$$

ahol $X = c \cdot T$, és $\sum(X m')$ a húr teljes tömege. [21]

Bárhogyan is vesszük fel a hullámváltozók referenciáirányait (F.69) mindig teljesül.

A teljesítmény áramlásának jellemzése azonban a felvett referenciáirányoktól függ.

- Ha a hullámkomponensek referenciáirányait egyező irányban vesszük fel, akkor a rendszer környezete szerinti (a húr megfigyelt mozgásának megfelelő) teljesítményviszonyokat vizsgáljuk. A gerjesztéskor a húrmodellben mindkét sebesség-komponenshez +1-et adunk. A mozgás növekedése így nyilvánvaló, és +1 hozzáadása mindkét komponens (mozgási) teljesítményének növelését is jelenti.
- Ha a hullámkomponensek referenciáirányait ellenkező irányban vesszük fel, akkor a húr belső viszonyait (a hullámkomponensek nagyságát) tekintjük alapnak. A húr csillapodásakor mindkét hullámkomponens abszolút nagysága csökken. A teljesítménynövekedés a belső viszonyokat nézve azt jelenti, hogy a hullámkomponensek abszolút értéke növekedik. A gerjesztéskor a mozgás növekedése egyértelmű, de a komponenspárhoz a +1-ek hozzáadása – az ellentétes

referencia-irányokat figyelembe véve – azt jelenti, hogy az egyik komponensre teljesítménynövekedést, a másik komponensre teljesítménycsökkenést kaptunk.

Mindkét értelmezés lehetséges.

F.4.9. A waveguide rezonanciájának matematikai levezetése

Legyen a lineáris, invariáns, kauzális rendszer egyetlen gerjesztése belépő és k nem-negatív értékeire periodikus jel, amelynek periódusideje $N \in \mathbf{Z}_+$. A gerjesztés első periódusát

$$u_N[k] = [\varepsilon[k] - \varepsilon[k - N]] \cdot u[k]$$

írja le, míg magát a gerjesztést

$$u[k] = \varepsilon_N[k]u_N[k] = u_N[k] + u_N[k - N] + u_N[k - 2N] + \dots$$

Képezzük $u_N[k]$ Z -transzformáltját! A gerjesztés Z -transzformáltja:

$$U(z) = \frac{1}{1 - z^{-N}}U_N(z) \equiv \frac{z^N}{z^N - 1}U_N(z)$$

A rendszer $H(z)$ átviteli függvényének ismeretében kifejezhetjük a válasz Z -transzformáltját:

$$Y(z) = \frac{z^N}{z^N - 1}U_N(z) \cdot H(z)$$

A $z^N U_N(z)$ -nek nincsenek pólusai, mert $U_N(z)$ a z^{-1} változó legfeljebb $N - 1$ fokszámú polinomja. Ez a jel véges hosszából és a Z -transzformáció definíciójából következik. Így $Y(z)$ pólusai egyrészt a $H(z)$ átviteli függvény pólusai, másrészt az $z^N - 1 = 0$ egyenlet N számú z_p gyöke, amelyek az egységsugarú körön helyezkednek el. [4] A pólusok amplitúdói egységnyiek, körfrekvenciái pedig $\vartheta_k = \vartheta \cdot k = 2k\pi/N$, a k -adik módus(kör)frekvencia. (Kétszeres pólusok keletkeznek.) A válasz a waveguide átviteli függvénye ($r = -1$):

$$Y(z) = \frac{1}{1 - z^{-N}}U_N(z) \cdot \frac{1}{1 - z^{-N}}z^{-M}(z^{M_{in}} - z^{-M_{in}})$$

Az erősítést

$$\left(\frac{1}{1 - z^{-N}} \right)^2 = \frac{z^{2N}}{z^{2N} - 2z^N + 1}$$

(a válasz nevezője) dönti el. Ennek inverz Z -transzformációjakor (például polinomosztással) $z/(z - 1)$ -hez hasonlóan egy végtelen z^{-kN} -sort kapunk, de abszolút ér-

tékben növekedő együtthatókkal.

F.4.10. A waveguide átviteli függvénye (segédlet)

- Az 1.3. ábra alapján:

$$F_{out} = F_{in}(1 - z^{-2M_{in}})z^{-(M-M_{in})} - F_{out} \cdot H_r(z) \cdot z^{-N} \quad (\text{F.70})$$

- $H_r(z) = -r$ esetén:

$$F_{out} = F_{in}(1 - z^{-2M_{in}})z^{-(M-M_{in})} + F_{out} \cdot r \cdot z^{-N}$$

- Parciális törtre bontással és az ezzel kapcsolatos $z_k = r_k e^{j\vartheta_k}$ helyettesítéssel, továbbá $N = 2M$ behelyettesítésével

$$\begin{aligned} \frac{F_{out}}{F_{in}} &= \frac{1}{1 - r \cdot z^{-N}} z^{-M} (z^{M_{in}} - z^{-M_{in}}) = \frac{z \cdot z^{M-1}}{z^N - r} (z^{M_{in}} - z^{-M_{in}}) = \\ &= \left[\frac{a_1 z}{z - z_1} + \dots + \frac{a_N z}{z - z_N} \right] = \left[\frac{a_1}{1 - z^{-1} r_1 e^{j\vartheta_1}} + \dots + \frac{a_N}{1 - z^{-1} r_N e^{j\vartheta_N}} \right] \end{aligned}$$

ahol a_k komplex amplitúdók, és r_k a pólusok sugarai.

$$\frac{d}{dz}(z^N - r) = N \cdot z^{(N-1)}|_{z=z_k=e^{j\vartheta_k}} = N \cdot r_k^{(N-1)} e^{j\vartheta_k(N-1)} = N \cdot r^{(N-1)/N} e^{j\vartheta_k(N-1)}$$

A pólusok fázisának forgatását az $e^{j\vartheta_k(N-1)} = e^{-j\vartheta_k}$ fazon adja meg, így valójában $\vartheta_k = -k \cdot \vartheta$.

A számlálóba behelyettesítve pedig:

$$z^{M-1}(z^{M_{in}} - z^{-M_{in}})|_{z_k=r_k e^{j\vartheta_k}} = r_k^{(M-1)} e^{j\vartheta_k(M-1)} \cdot 2j \cdot \sin(M_{in} \cdot \vartheta \cdot k)$$

Ebből

$$a_k = j \frac{2}{N} \sin(2k\pi \frac{M_{in}}{N}) r_k^{\frac{M-1}{N-1}} e^{j\vartheta_k(M-1)}$$

Ez az együtthatóérték a [14] forrástól némileg különbözik, ugyanis a parciális törtre bontáskor a [4] szakirodalmat alkalmaztam.

Lépés	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Álla- potok	0000	0010	0011	0011	$\bar{1}011$	$\bar{1}\bar{1}11$	$\bar{1}\bar{1}01$	$0\bar{1}00$	0000
	0000	0010	0110	111 $\bar{1}$	110 $\bar{1}$	100 $\bar{1}$	000 $\bar{1}$	000 $\bar{1}$	0000

F.2. táblázat. Waveguide-állapotok a tanszéki gerjesztési modellben

F.4.11. Észrevételek a tanszéki modellel kapcsolatban

Ebben a modellben a waveguide képes periodikus mozgás létrehozására, egy valóságos fizikai húrhoz hasonlóan. Ebben nagyon fontos szerepe van a 2.3. ábrán éppen nem látható, de a modellben mindenképp szereplő hegedűlábnek is. Ez az 1.3. ábrán látható, és a hullámvezető jobb oldalához csatlakozik: mint $H_r(z)$ csillapítás a $v_{s,r}^-$ hullámok reflexióját adja meg. A blokkdiagramról (2.3. ábra) hasznos információk nyerhetők a gerjesztési módszerre vonatkozóan. A jó módszernek egyrészt fizikailag indokoltnak kell lennie, másrészt a digitális megvalósításban is hatékonynak kell bizonyulnia. A blokkdiagram a késleltető elemeket nem jelöli, egyébként pedig a Smith-modell egy egyszerűsített változata.

A továbbiakban egy egyénileg kidolgozott analitikus módszert közlök a waveguide-gerjesztések folyamatának megértéséhez. A blokkdiagram a következő alapelveket rögzíti:

1. Ha a hegedűláb reflexióját ($v_{s,r}^-$ reflexiója) és a nyaki oldal ($v_{s,l}^-$ reflexiója) visszaverődését egyaránt -1 -nek vesszük, azaz a láb csillapítását elhanyagoljuk, akkor konstans egységnyi gerjesztés esetén a következő folyamat zajlik le: a gerjesztési forrásokból (a hullámvezetőben levő összeadók) a nyíllal jelölt hullámterjedési irányokba folyamatosan elindulnak a (pozitív) egységnyi sebességű hullámok, spirálisszerűen a két forrásból. Mindig érdemes vizsgálni a legelől haladó hullámokat és összevetni az ezeket követő hullámokkal. A reflexiókon áthaladva a hullámok polaritása megfordul, majd az összeadókat elérve semlegesítődnek, mivel itt $+1$ adódik az értékükhöz. A második körben nullákkal töltődik fel a modell. A hullámok mozgását jól elemezhetjük egy kevés alappontból álló modellel is, hiszen nagyobb alappont szám esetén is ugyanaz történik, csak a frontot követők száma nagyobb, és így több állapot van. Ezt szemlélteti az F.2. táblázat, amelyben a -1 érték jelölése $\bar{1}$. Tehát a modell szerint konstans gerjesztéskor egy periódus végére minden törlődik, ha mindkét reflexió: -1 .
2. Ha a hegedűláb veszteségi reflexióját figyelembe vesszük, akkor aszimmetrizálódik a rezgés, mivel a reflexiók különböznek. Ennek látványos alkalmazása

ez a modell. A modell úgy van megkonstruálva, hogy a vezérlő nemlineáris függvény mérő bemenetei a reflexiók után helyezkednek el, azok pedig a gerjesztések jeleit fogadják. A két átellenes gerjesztési forrás által kibocsátott fronthullámokat tehát a hozzájuk tartozó reflexiókkal visszaveretjük, utána megmérjük. Szimmetrikus reflexiók esetén ugyanazt mérnénk, de itt mást kapunk. Tehát a modell le tudja mérni a gerjesztés hatását. Például a hullámok növekednek-e vagy sem. Másrészt, ha hosszabb konstans gerjesztés van (vagy nincs gerjesztés), a csillapodás árán ugyan, de tudjuk követni a periódusokat. Konstans gerjesztés esetén ugyanis az összeadók egymás hatását lerontják. (Lásd az előbbi táblázatot, miszerint az $x = 0$ kiindulási állapotba visszatérünk.)

- tehát -1 -es reflexió esetén (a lábon is) : a másik összeadó utáni állapot változatlan (csupán előjelet vált): $-(x + 1) + 1 = -x$,
- $-r$ veszteségi reflexió esetén $-r(x + 1) + 1 = -rx - r + 1$, ami például $x = -1$ esetén jelent egy egységnyi gerjesztést, tehát ekkor $x = 0$ lesz a végeredmény. Ha x nagy r -hez képest, a reflexió utáni x értéke közelít $-rx$ -hez, mivel $1 - r$ nullának vehető az x csillapodásához képest.

Így nagyjából egy kör alatt a hullám r -ed részére csökken, ha x nagy. Ha nincs gerjesztés, ugyanez egyértelműbb: egy hullám egy kör megtétele alatt pontosan r -ed részére csökken. Az első hullám csillapodik legelőször, ezt követi a többi. (Érdeemes ennek az útját követnünk, és a mögötte haladóval összevetni.) A fronthullám első verődésekor tehát $-r$, a követő hullámok egységnyiek. Tehát a láb elnyelése $1 - r$. A második körben, – amikor a fronthullám újra a régi vizsgált helyén van – a fronthullám már $-r^2$ az őt követő hullám még csak r . A láb elnyelése $r(1 - r)$. Ez egy geometriai sor, ami abból adódik, hogy a hullámok csillapodnak a lábban. Egy megfelelő nemlineáris függvény a csillapodás mértékéből képes következtetni arra, hogy jöttek-e újabb fronthullámok. Ennek függvényében lehet gerjesztést adni.

F.5. További levezetések

F.5.1. Rugalmas ütközés

$$v_1(0-) > v_2(0-), m_1 \neq m_2$$

$$m_1 \cdot v_1(0-) + m_2 \cdot v_2(0-) = m_1 \cdot v_1(0+) + m_2 \cdot v_2(0+)$$

$$\Delta v \doteq v(0+) - v(0-)$$

$$-m_1 \Delta v_1 = m_2 \Delta v_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1(0-)^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2(0-)^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1(0+)^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2(0+)^2$$

$$\Delta^2 v \doteq v(0+)^2 - v(0-)^2$$

$$-m_1 \Delta^2 v_1 = m_2 \Delta^2 v_2$$

$$\frac{-m_1 \Delta^2 v_1}{-m_1 \Delta v_1} = \frac{m_2 \Delta^2 v_2}{m_2 \Delta v_2}$$

$$v_1(0+) + v_1(0-) = v_2(0+) + v_2(0-)$$

Ebbe behelyettesítjük a következő két egyenletet:

$$v_1(0+) = v_1(0-) - \frac{F}{m_1}$$

$$v_2(0+) = v_2(0-) + \frac{F}{m_2}$$

Rendezve:

$$2[v_1(0-) - v_2(0-)] = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) F$$

$$2(m_1 \times m_2) [v_1(0-) - v_2(0-)] = F$$

F.5.2. Rugalmatlan ütközés

$$v_1(0+) = v_1(0-) - \frac{F}{m_1}$$

$$v_2(0+) = v_2(0-) + \frac{F}{m_2}$$

és tudjuk, hogy

$$v_1(0+) = v_2(0+)$$

így

$$v_1(0-) - \frac{F}{m_1} = v_2(0-) + \frac{F}{m_2}$$

Rendezve:

$$(m_1 \times m_2) [v_1(0-) - v_2(0-)] = F$$

F.6. Táblázatok

F.6.1. A hegedűszintetizátor vezérlő MIDI kódjai

paraméter	kontroller kód	érték tartomány
empty string	program change	1
fingered string	program change	2
program change	program change	1-128
expression pedal	CC 11	0-127
bow position	CC 16	0-127
dissipation	CC 17	0-127
vibrato frequency	CC 18	0-127
vibrato amplitude	CC 19	0-127
vibrato delay	CC 20	0-127
coarse tune	CC 21	0-127
fine tune	CC22	0-127
pan	CC 23	0-127
decay velocity	CC 24	0-127
aftertouch	CC 25	0-127
attack-time	CC 26	0-127
decay-time	CC 27	0-127
release-time	CC 28	0-127
resonance	CC 29	0-127
reverb	CC 30	0-127
volume	CC 31	0-127
hold	CC 64	0/127
portamento (unused)	CC 80	0/127
FIR filter on-off	CC 81	0/127
damping	CC 82	0/127
panic button	CC 83	0/127
program exit (unused)	CC 84	0/127
hold reverse	CC 85	0/127
sustain level	CC 86	0-127
mute on-off	CC 87	0/127

F.3. táblázat. MIDI vezérlő kódok/1

paraméter	kontroller kód	érték tartomány
rel. bow position	CC 89	0-127
rel. bow diss	CC 90	0-127
rel. vibr. freq.	CC 91	0-127
rel. vibr. amp.	CC 92	0-127
rel. attack time	CC 93	0-127
rel. decay time	CC 94	0-127
rel. sustain level	CC 95	0-127
rel. release time	CC 96	0-127
bow-bouncing freq.	CC 97	0-127
bow-bouncing amp.	CC 98	0-127
bow-bouncing phase-offset	CC 99	0-127
bow-hair	CC 100	0-127
rel. bow-bouncing freq.	CC 101	0-127
rel. bow-bouncing amp.	CC 102	0-127
rel. bow-hair	CC 103	0-127

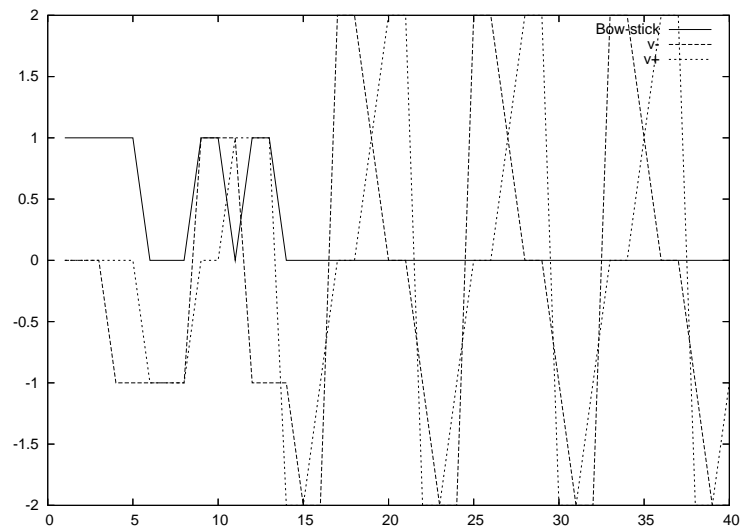
F.4. táblázat. MIDI vezérlő kódok/2

F.7. A CD-melléklet tartalma

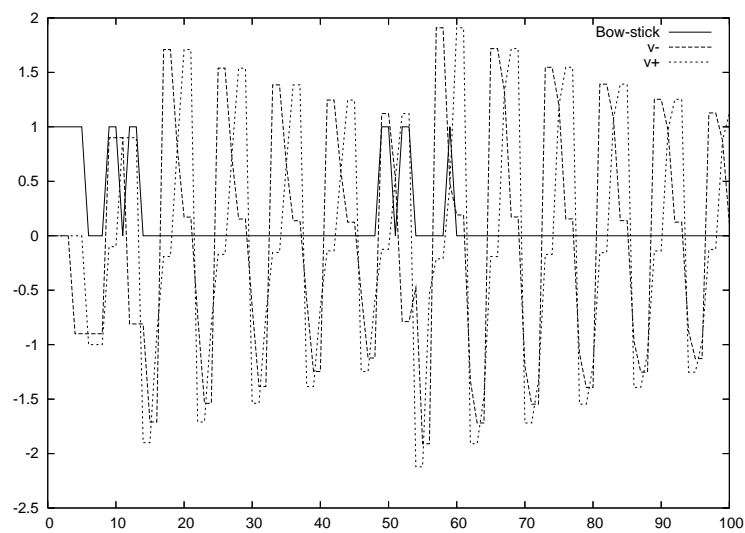
Sáv	Zenemű	Megjegyzés
1	e-moll skála	különböző vonásnemekkel
2	Mach: Concertino Facile	„Leggiero” előadásban
3		„Sostenuto” játékmóddal. (Zongora: Microsoft szoftver-hullámtáblás szintetizátor)
4		Többszólamú demonstráció. (Kíséret: a hegedűszintetizátor)

F.8. Ábrák, grafikonok

Folytonos vonallal a gerjesztés, szaggatottal a sebesség hullámok szerepelnek.



F.13. ábra. A veszteségmentes gerjedési modell kimenete



F.14. ábra. A veszteséges gerjedési modell kimenete ($r = 0,9$)